UE 3-1 : Physique

Chapitre 4 :

Les ondes

Professeur Eva PEBAY-PEYROULA

Année universitaire 2011/2012

IV- Les ondes

Finalité du chapitre

Pour comprendre les mécanismes qui sont à l'origine des comportements de la matière (y compris vivante), il y a un concept essentiel:

Celui des mécanismes d'échanges d'énergie entre différents objets, ces échanges mettent en évidence des phénomènes de nature vibratoire d'ou l'intérêt d'étudier les ondes
Ce chapitre s'intéresse à toutes les ondes.

Plan

1. Généralités sur les ondes
2. Grandeurs associées aux ondes
3. Comportements

IV- Les ondes
Exemples d’application

Échographie:
L’échographie est basée sur les propriétés de propagation des ondes ultrasonores
Propriétés importantes à comprendre: transmission au niveau des interfaces (exemple: émetteur-air-peau) et bonne pénétration dans les tissus, vitesse de propagation dans un milieu, réflexion,…

Destruction de tissus par ondes ultrasonores:
Exemple des calculs rénaux

Effets néfastes des ondes ultrasonores:
Les ultrasons sont utilisés dans de nombreux procédés industriels (soudure, électrodéposition, fabrication de mousse pour les boissons,nettoyage,…)
Destruction de l’ouie, provoquent un échauffement local

IV- Les Ondes

1. Généralités sur les ondes

Deux catégories :

- Les ondes mécaniques nécessitent un support matériel pour se propager

- Les ondes électromagnétiques peuvent se propager dans le vide

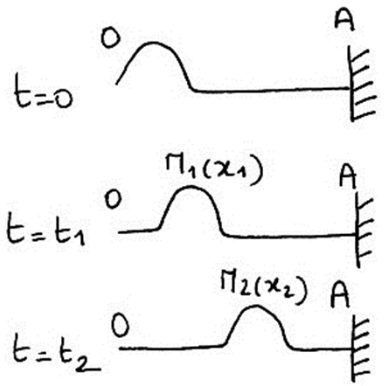
IV- Les Ondes

2. Grandeurs associées aux ondes

Vitesse de propagation

Corde homogène, fixée en A, tendue horizontalement

Perturbation à l'extrémité libre en O: se propage le long de la corde



La perturbation est en O à t=0

En M_1 ($x=x_1$) à $t=t_1$, En M_2 ($x=x_2$) à $t=t_2$,…

L'expérience montre que :

$$\frac{M_2M_1}{t_2 - t_1} = \frac{M_3M_2}{t_3 - t_2} = cte = c$$

c est la vitesse de propagation de la perturbation le long de la corde (célérité)

IV- Les Ondes

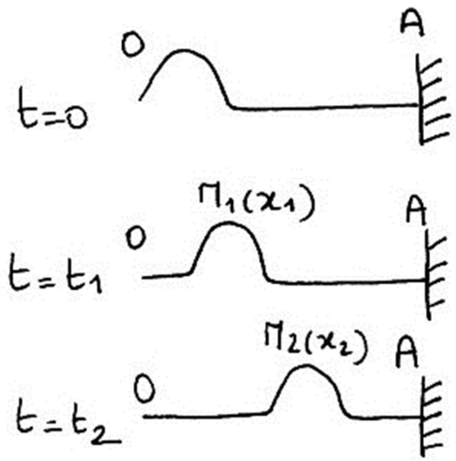
2. Grandeurs associées aux ondes

Description mathématique générale

On remarque que:

-le déplacement suivant y d'un point d'abscisse x_0 dépend de l'instant t d'observation

-Le déplacement observé à un instant t donné dépend de la position du point considéré



D'où la description mathématique générale pour une onde se déplaçant suivant xx':

$$y = y(x, t) = f\,(t \pm x/c)$$

IV- Les Ondes

2. Grandeurs associées aux ondes

Description mathématique générale

$$y = y(x, t) = f\,(t \pm x/c)$$

y dépend de la nature de la perturbation, x la variable position, t la variable temps

L'argument $t \pm x/c$ est caractéristique d'une propagation

L'onde est progressive (déplacement vers les x croissants) si $t - x/c$

si $t_2 > t_1$ alors $x_2 > x_1$

L'onde est régressive (déplacement vers les x décroissants) si $t + x/c$

si $t_2 > t_1$ alors $x_2 < x_1$

IV- Les Ondes

2. Grandeurs associées aux ondes

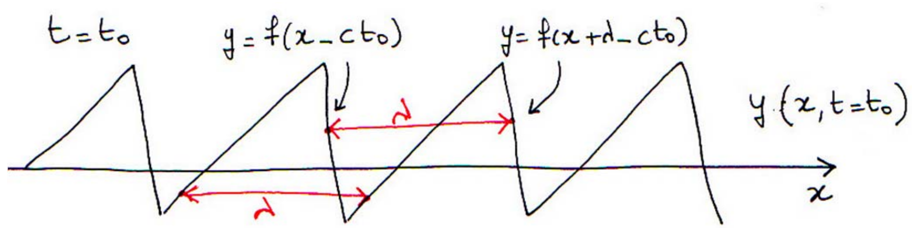
Mouvement vibratoire périodique

Période: T (s)

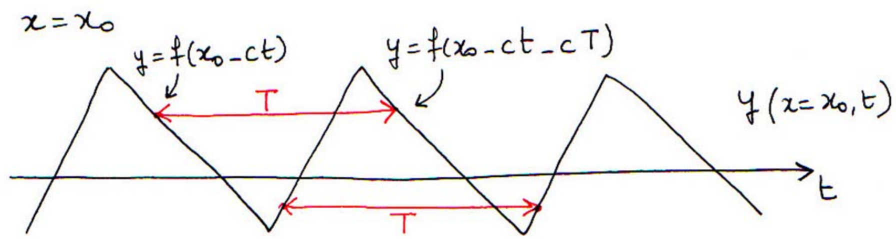
Fréquence: f (ou ν) = T^{-1} (Hz)   Hz: Hertz

Longueur d'onde: $\lambda = c\,T$ (m)

Pulsation: $\omega = 2\pi/T$



On peut représenter le déplacement y (x, t) en fonction de la variable t en un point donné x_0 ou en fonction de la variable x à un instant donné t_0



ATTENTION: les 2 graphes sont différents. Dans le 1er le temps est fixé, on représente la déformation en fonction de x. Dans le 2ème, x est fixé, on représente la déformation en fonction du temps.

IV- Les Ondes

2. Grandeurs associées aux ondes

Cas particulier: le mouvement sinusoïdale

En O (x=0), mouvement sinusoïdal entretenu, A: amplitude

$$y\left(x=0,t\right) = A\cos\frac{2\pi t}{T} = A\cos 2\pi\nu t = A\cos\omega t$$

La déformation se déplace à la vitesse c

elle arrive en M (x) avec un retard correspondant au temps mis pour se propager de O à M, soit x/c.

$$y\left(x,t\right) = A\cos\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{C}\right) = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) = A\cos\left(\omega t - kx\right) = A\cos\left(\omega t - \Phi\left(x\right)\right)$$

$k = 2\pi/\lambda$, nombre d'ondes (m^{-1})

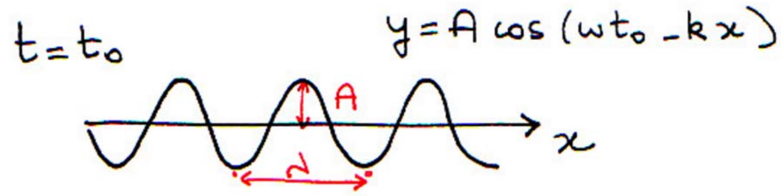
$\phi(x) = 2\pi x/\lambda$, phase du mouvement en x par rapport au mouvement en x=0

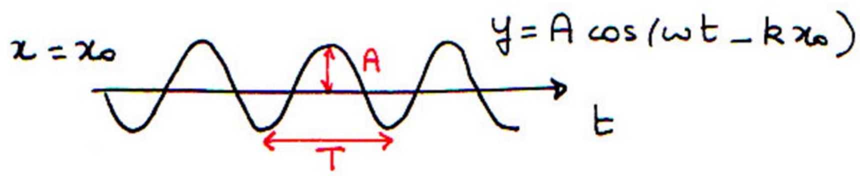
Remarque: la déformation sinusoïdale peut donc s'écrire de différentes façons.

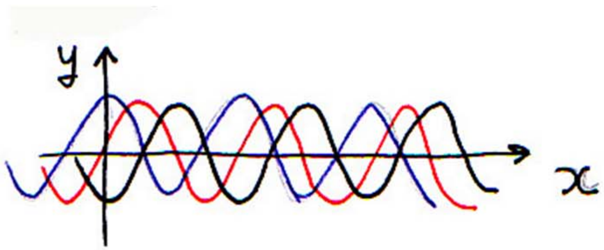
IV- Les Ondes

2. Grandeurs associées aux ondes

Cas particulier: le mouvement sinusoïdale







— $t=0$: $y = A\cos(-kx) = A\cos kx$

— $t=T/4$: $y = A\cos(\pi/2 - kx) = A\sin kx$

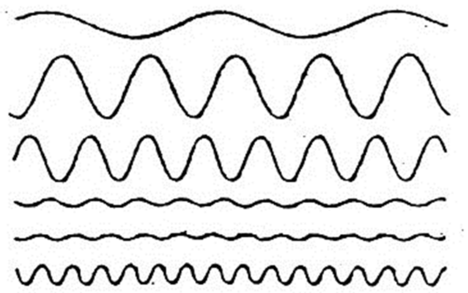
— $t=T/2$: $y = A\cos(\pi - kx) = -A\cos kx$

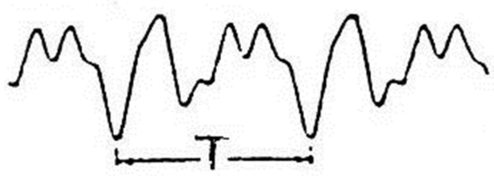
IV- Les Ondes

2. Grandeurs associées aux ondes

Mouvement périodique quelconque

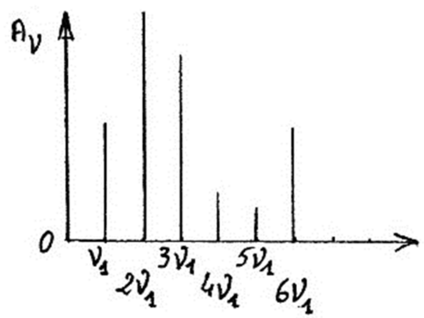
Exemple de somme d'ondes périodiques sinusoïdales





On constate que l'onde résultante est périodique

Chaque courbe est décrite par la fonction
$y = A_n \cos(2\pi n\nu_1 t + \phi_n)$



IV- Les Ondes

2. Grandeurs associées aux ondes

Mouvement périodique quelconque

Théorème de Fourier:

Toute onde peut s'exprimer comme la superposition d'ondes sinusoïdales d'amplitudes, de longueurs d'ondes et de phases bien définies.

Les amplitudes des composantes de Fourier permettent de définir le spectre de l'onde.

Cas des ondes périodiques: longueur d'onde λ, fréquence $\nu = c/\lambda$

Le spectre de Fourier est discret

Les composantes de Fourier sont: $\lambda_n = \frac{1}{n}\lambda \quad , \quad \nu_n = n\nu$

n=1, $\nu_1 = \nu$ composante fondamentale, ou harmonique 1

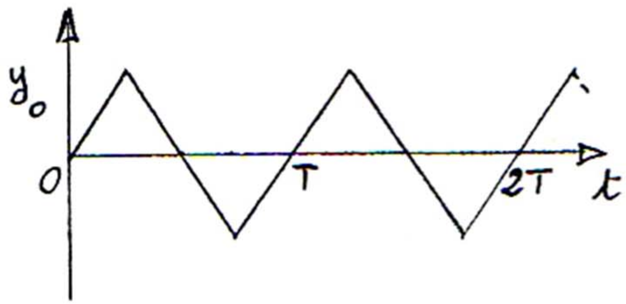
n>1, $\nu_n = n\,\nu$ harmonique d'ordre n

Cas des ondes non périodiques: Le spectre de Fourier est continu

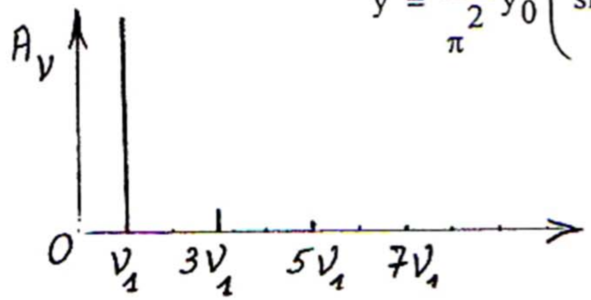
IV- Les Ondes

2. Grandeurs associées aux ondes

Quelques exemples de décomposition d’ondes périodiques en composantes de Fourier



$$y = \frac{8}{\pi^2} y_0 \left(\sin \omega t - \frac{\sin 3\omega t}{3^2} + \frac{\sin 5\omega t}{5^2} + ... \right)$$

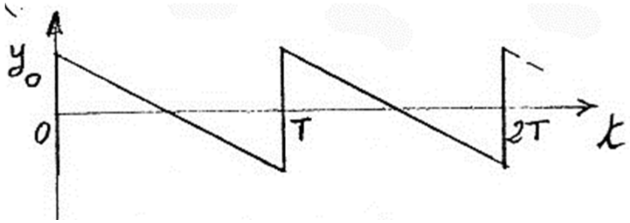


Remarque: cette diapositive et la suivante servent à illustrer la transformée de Fourier d’une fonction périodique. Il s’agit d’exemples qui ne sont pas à connaître par cœur.

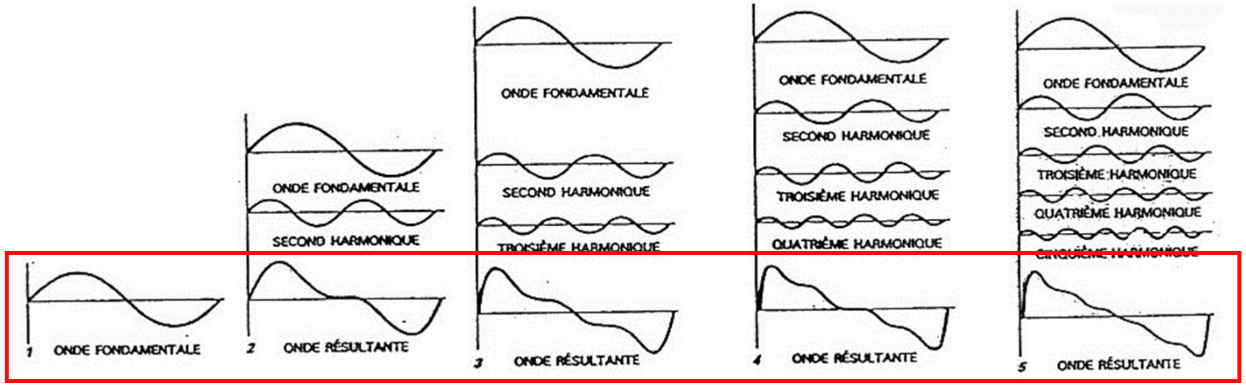
IV- Les Ondes

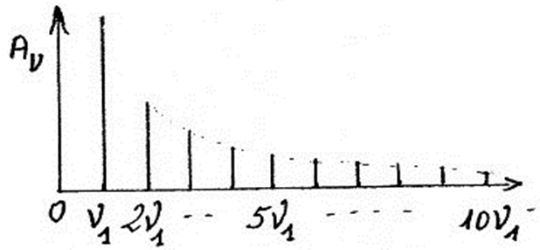
2. Grandeurs associées aux ondes

Quelques exemples de décomposition d'ondes périodiques en composantes de Fourier



$$y = \frac{2}{\pi} y_0 \left(\sin \omega t + \frac{\sin 2\omega t}{2} + \frac{\sin 3\omega t}{3} + ... + \frac{\sin n\omega t}{n} + ... \right)$$





Cet exemple montre l'intérêt de la décomposition. En sommant les 5 premières composantes, la fonction résultante s'approche de beaucoup de la fonction en dent de scie. Pour certaines applications, il sera plus facile de considérer la somme de 5 sinusoïdes plutôt que de considérer une fonction en dent de scie.

IV- Les Ondes

2. Grandeurs associées aux ondes

Généralisation à 2 et 3 dimensions

Cas des milieux isotropes et homogènes

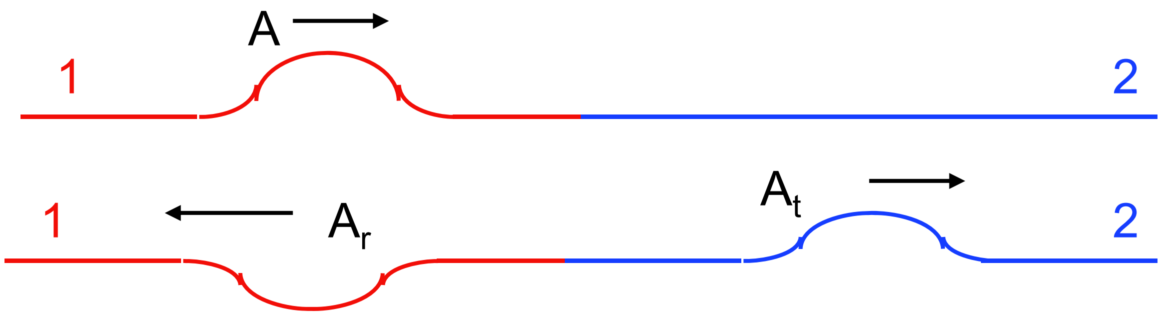
2D, ondes circulaires (exemple du caillou jeté dans l'eau)

3D, ondes planes, ondes cylindriques, ondes sphériques

IV- Les Ondes
3. Comportements

- Changement de milieux

Par exemple 2 cordes mises bout à bout avec μ_1 et $\mu_2 \neq \mu_1$
(μ masse par unité de longueur d'une corde)



Onde incidente avec amplitude A dans le milieu 1 donne naissance à la discontinuité à:
-une onde réfléchie amplitude A_r, dans le sens contraire dans le milieu1
-une onde transmise amplitude A_t, même sens que milieu 1

IV- Les Ondes

3. Comportements

- Changement de milieux

Définition des coefficients de réflexion Γ et de transmission T

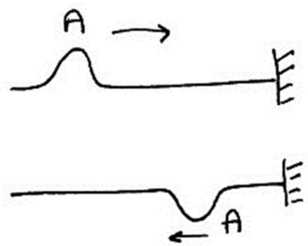
$$\Gamma = \frac{A_r}{A} \quad et \quad T = \frac{A_t}{A}$$

On peut définir pour chaque milieu traversé par l'onde une impédance Z

On peut montrer que $$\Gamma = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad et \quad T = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} = 1 + \Gamma$$

Cas particulier

Une corde attachée à un mur d'impédance Z_1, le mur a une impédance $Z_2 = \infty$



(Z est relié à la force qu'il faut appliquer pour permettre la propagation, pour un mur, il faudrait une force infinie)

Γ = -1 : réflexion totale avec changement de signe

T = 0

Dans le cas d'une corde, l'impédance de la corde nous indique comment se propage une onde le long de la corde suite à une excitation. Plus particulièrement, si 2 cordes sont mises bout à bout, la comparaison des impédances permettra de prédire comment se fait la transition d'une corde à l'autre.

IV- Les Ondes

3. Comportements

- Changement de milieux

Si les impédances sont égales, c'est le cas le plus favorable car il n'y a pas de perte en ligne (l'amplitude transmise est égale à l'amplitude initiale)

Adaptation d'impédance: $Z_2 = Z_1$ alors $\Gamma = 0$ et A_t=A (transmission totale)
La notion d'impédance est très générale et interviendra chaque fois qu'un signal se propage d'un milieu à un autre.

Un exemple : lors d'une échographie, le gel mis sur la peau, permet une bonne adaptation d'impédance pour les ondes acoustiques qui se propagent, l'onde émise par le générateur pénètre donc dans le corps avec une amplitude proche de l'amplitude initiale.

Remarque: l'impédance est une notion générale. On peut aussi définir l'impédance d'un circuit électrique : comment réagit le circuit lorsqu'on applique une certaine tension V. Si le circuit est limité à une résistance, V=RI alors l'impédance Z=R.

IV- Les Ondes

3. Comportements

- Ondes stationnaires

Superposition de deux ondes sinusoïdales de même longueur d'onde et même amplitude, se propageant en sens inverse

Onde aller: $$y_1(x,t) = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Onde retour: $$y_2(x,t) = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$$

Déplacement résultant $$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\frac{2\pi t}{T}$$

Plus de propagation

Remarque: pour faire la somme de y_1 et y_2 il suffit de se reporter aux formules de sommation de cosinus vues dans le premier chapitre

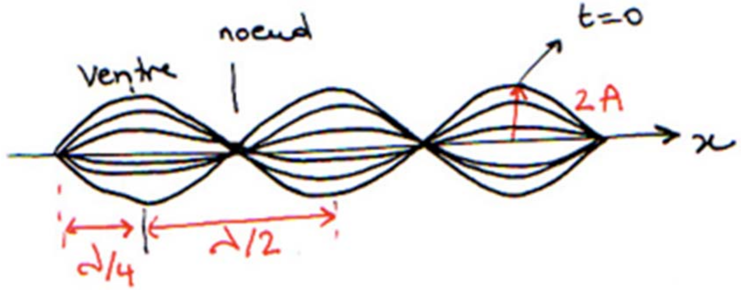
IV- Les Ondes

3. Comportements

$$y\,(x,t) = 2A\ cos\frac{2\pi x}{\lambda}\ cos\frac{2\pi t}{T}$$

Il n'y a plus de propagation

En chaque point:
vibration de période T



Amplitude nulle:
cos 2πx/λ = 0
donc si x = (2n-1) λ/4
noeuds de vibration

$$y = 2A\ cos\frac{2\pi x}{\lambda}\ cos\frac{2\pi t}{T}$$

Amplitude maximale:
cos 2πx/λ = ±1
donc si x = n λ/2 ventres de vibration

$$t = 0 \quad y = 2A\ cos\frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$t = \frac{T}{4} \quad y = 0$$

IV- Les Ondes

3. Comportements

- Ondes stationnaires

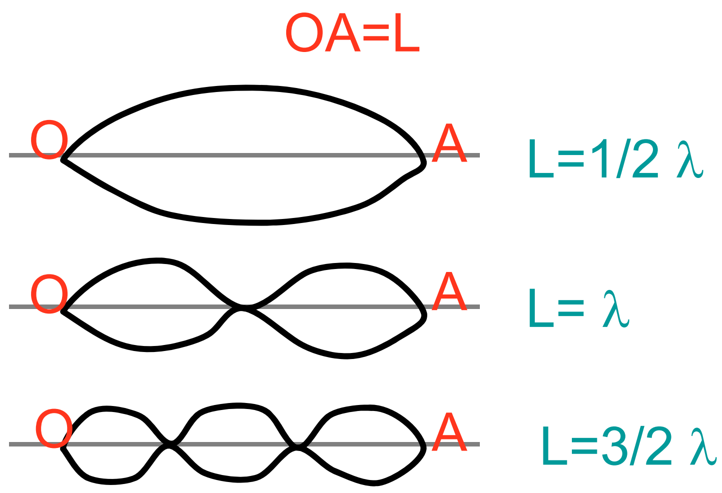
Possibilité d'établir des ondes stationnaires dépend des conditions aux limites

Exemple d'une corde fixée aux 2 extrémités:
nœuds de déplacement aux points O et A, OA=L

Pour établir des ondes stationnaires
il faut $L = n\,\lambda/2$

Les modes propres de vibration sont
$\lambda_n = 2\,L/n$

Mode fondamental $\lambda_1 = 2\,L$
Modes harmoniques $\lambda_n = \lambda_1/n$



IV- Les Ondes
3. Comportements

- Battements

Superposition de 2 ondes sinusoïdales de même amplitude, se propageant dans le même sens et de fréquences légèrement différentes

$y_1(x, t) = A \cos(\omega_1 t - k_1 x)$ $\quad\quad$ $y_2(x, t) = A \cos(\omega_2 t - k_2 x)$

On pose $\Delta\omega = (\omega_1 - \omega_2) << \omega$ et $\Delta k = (k_1 - k_2) << k$

Les fréquences sont voisines donc les pulsations sont voisines

$\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2 \sim \omega_1$ ou ω_2 $\quad$ et $\quad\quad$ $k = (k_1 + k_2)/2 \sim k_1$ ou k_2

IV- Les Ondes

3. Comportements

- Battements

Onde résultante:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = 2A\ cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x\right)\ cos(\omega t - kx)$$

Peut s'interpréter comme une onde de pulsation ω voisine de ω_1 et ω_2

d'amplitude

$$2A\ \left|cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x\right)\right|$$

soit une amplitude modulée à la pulsation $\Delta\omega$: pulsation des battements

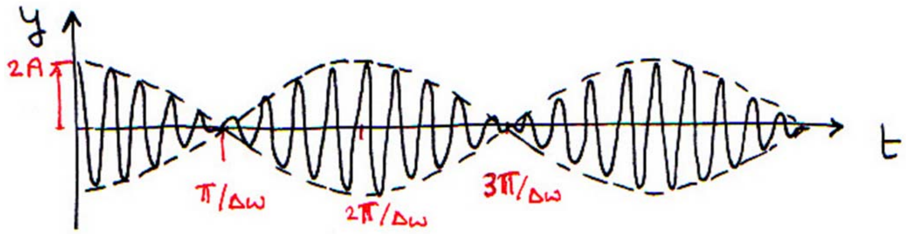
IV- Les Ondes

3. Comportements

- Battements

$$y\left(x,t\right)=2A\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t-\frac{\Delta k}{2}x\right)\cos\left(\omega t-kx\right)$$

$x=0$ $\quad y(x,t)=2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t\ \cos\omega t$



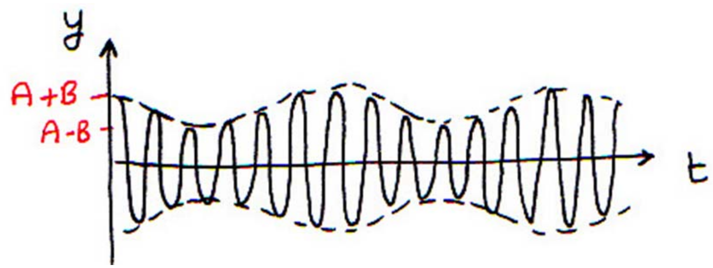
--- enveloppe de la courbe : $2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t$

IV- Les Ondes

3. Comportements

- Battements

Généralisation à deux ondes de fréquences voisines mais d’amplitudes A et B différentes



Remarque: Ce phénomène est bien connu des joueurs de guitare qui pour accorder les cordes pincent 2 cordes en même temps. Si les cordes sont bien accordées les notes jouées sont identiques. Si les cordes ne sont pas bien accordées (mais presque), alors les fréquences sont très voisines et on peut entendre l’amplitude du son qui oscille dans le temps. Ce sont les battements.

IV- Les Ondes

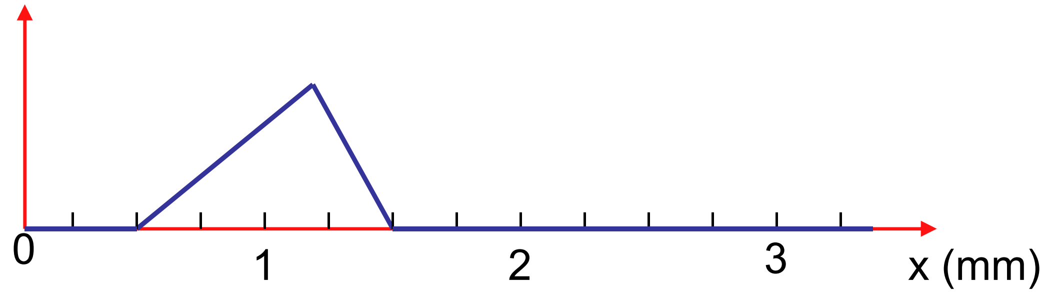
Résumé des notions importantes

- Définition et description d'un phénomène de propagation
- Caractéristiques d'un mouvement vibratoire périodique (période, fréquence, pulsation, longueur d'onde,…)
- Cas particulier du mouvement sinusoïdal (savoir écrire une fonction décrivant un tel mouvement)
- Principe de la décomposition de Fourier pour un mouvement périodique
- Notion d'impédance, et conséquence lors d'un changement de milieux, adaptation d'impédance
- Ondes stationnaires : savoir poser le problème et connaître les caractéristiques du phénomène
- Battements : savoir poser le problème et connaître les caractéristiques du phénomène

Exercices

Exercice 1

La figure ci-contre représente à l'instant t, le signal qui se propage sur une corde à la vitesse c = 20 m/s. Représenter le signal à l'instant $t + \Delta t$, en prenant $\Delta t = 10^{-4}$ s.



Exercice 2

Trois signaux périodiques susceptibles de se propager le long d'une corde ont respectivement pour équation :

$y_1 = 0{,}02 \sin(\pi x - 20\pi t)$, $y_2 = 0{,}02 \cos(20\pi t - \pi x)$, $y_3 = 0{,}02 \sin(\pi x + 20\pi t)$,

Les élongations et les positions sont en mètres et le temps en secondes.

Donner pour chacun des 3 signaux, son amplitude, sa fréquence, sa période, sa longueur d'onde et sa vitesse de propagation. En quoi ces signaux diffèrent-ils ? quels seront pour chacun d'eux, à l'instant t = 0,1 s, le déplacement transverse des points de la corde d'abscisse x = 1 m et x = 2 m ? À quoi correspondent les signaux résultant d'une part de la superposition de y_1 et y_2, d'autre part de la superposition de y_1 et y_3 ?

Exercice 3

La vitesse de propagation du son dans l'air est de 330 m/s. En déduire un moyen simple d'évaluation de la distance qui sépare un observateur du point de chute de la foudre lors d'un orage.

Med@TICE
Université Joseph Fourier Grenoble 1
ETUDES DE SANTÉ
Première Année Commune

www.medatice-grenoble.fr

Mentions légales

Ce document a été réalisé par la Cellule TICE de la Faculté de Médecine et de Pharmacie de Grenoble
(Université Joseph Fourier – Grenoble 1)