Med@TICE
Université Joseph Fourier Grenoble 1
ETUDES DE SANTÉ
Première Année Commune
www.medatice-grenoble.fr

UE4 : Evaluation des méthodes d'analyses appliquées aux sciences de la vie et de la santé – Analyse

Chapitre 6 :

Dérivées et différentielles des fonctions de plusieurs variables

Christelle MELODELIMA

Année universitaire 2011/2012

I. Fonction de plusieurs variables

- Soient n variables réelles indépendantes $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$

Par définition, **f fonction des n variables réelles** associe à

$(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) \in \Re^n$ un nombre réel $f(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) \in \Re$

- Cas le plus simple: **n=2**

f fonction de 2 variables réelles x et y

$$(x, y) \in \Re^2 \xrightarrow{f} z = f(x, y) \in \Re$$

Exemple :

f(x,y) = 4x+3y

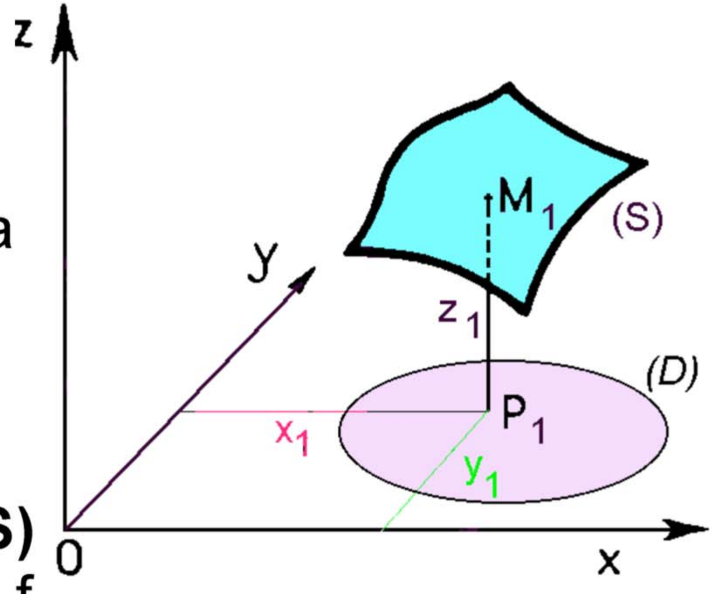
I. Fonction de plusieurs variables

Représentation graphique:

<u>repère</u>: trièdre trirectangle (Oxyz)
x_1 et y_1 sont les coordonnées d'un point P_1 du plan xOy.

A partir de P_1,on reporte la valeur $z_1 = f(x_1,y_1)$ parallèlement à Oz. On obtient le point M_1 de coordonnées (x_1,y_1,z_1).

A chaque point P de coordonnées (x,y) appartenant au domaine ***D*** de définition de la fonction, correspond un point **M** de **coordonnées (x,y,z)**, qui est l'image de la fonction z=f(x,y).



Quand x et y varient, M décrit une **surface (S)** plus ou moins compliquée, représentative de f dans l'espace à 3 dimensions.

II. Dérivées partielles

a. Dérivées partielles premières en M_0

Soit la fonction f(x,y) définie et continue en M_o (x_0,y_0).

On peut considérer deux fonctions d'une seule variable:

g(x) = f(**x**,y_0) avec y_0 fixe

h(y) = f(x_0,**y**) avec x_0 fixe

- **g(x) dérivable en x_0**

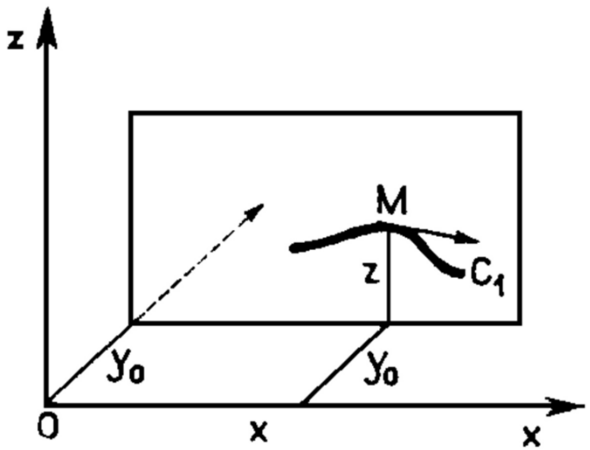
$$g'(x_0) = f'_x(x_0,y_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x,y_0) - f(x_0,y_0)}{x - x_0} = \frac{\partial f}{\partial x}(x_0,y_0)$$

- **h(y) dérivable en y_0**

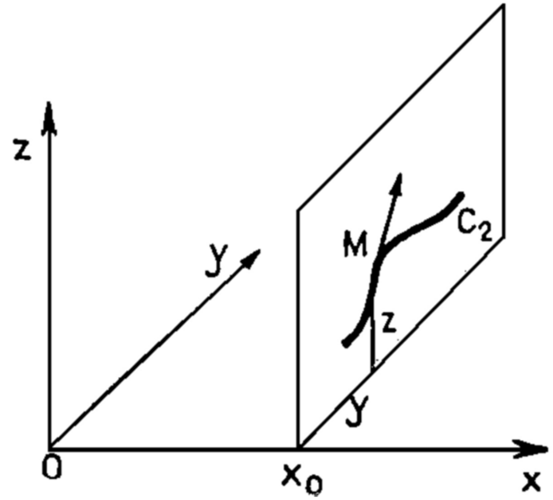
$$h'(y_0) = f'_y(x_0,y_0) = \lim_{y \to y_0} \frac{f(x_0,y) - f(x_0,y_0)}{y - y_0} = \frac{\partial f}{\partial y}(x_0,y_0)$$

II. Dérivées partielles

- **Signification géométrique**



Si $\mathbf{y=y_0}$, M décrit la courbe (C_1), intersection de (S) avec le plan parallèle à (x0z) passant par y_0.
$f'_x(x_0,y_0)$ est la pente de la tangente à (C_1) en M_0.



Si $\mathbf{x=x_0}$, M décrit la courbe (C_2), intersection de (S) avec le plan parallèle à (y0z) passant par x_0.
$f'_y(x_0,y_0)$ est la pente de la tangente à (C_2) en M_0.

II. Dérivées partielles

b. Fonctions dérivées partielles premières

$$(x,y) \xrightarrow{f'_x} f'_x(x,y) \qquad f'_x = \left[\frac{\partial f}{\partial x}\right]_{y=const.} = \frac{\partial f}{\partial x}$$

$$(x,y) \xrightarrow{f'_y} f'_y(x,y) \qquad f'_y = \left[\frac{\partial f}{\partial y}\right]_{x=const.} = \frac{\partial f}{\partial y}$$

Exemple : Calculer les dérivées partielles de la fonction suivante

$$f(x,y) = x^3 e^y + \sin^2 y + 3x$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 e^y + 3$$

y = constante

$$\frac{\partial f}{\partial y} = x^3 e^y + 2\sin y \cos y = x^3 e^y + \sin 2y$$

x = constante

II. Dérivées partielles

c. Fonctions dérivées partielles secondes

- **f'$_x$(x,y) se dérive en**:

$$\begin{cases} f''_{xx}(x,y) = f''_{x^2} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left[\dfrac{\partial f}{\partial x}\right] = \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} \\[2ex] f''_{xy}(x,y) = \dfrac{\partial}{\partial y}\left[\dfrac{\partial f}{\partial x}\right] = \dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} \end{cases}$$

- **f'$_y$(x,y)se dérive en:**

$$\begin{cases} f''_{yx}(x,y) = \dfrac{\partial}{\partial x}\left[\dfrac{\partial f}{\partial y}\right] = \dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\[2ex] f''_{yy}(x,y) = f''_{y^2} = \dfrac{\partial}{\partial y}\left[\dfrac{\partial f}{\partial y}\right] = \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{cases}$$

II. Dérivées partielles

Exemple : Calculer les dérivées partielles secondes de la fonction suivante

$$f(x,y) = x^3 e^y + \sin^2 y + 3x$$

$$f''_{x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial f}{\partial x}\right] = \frac{\partial}{\partial x}\left[3x^2\, e^y + 3\right] = 6x\, e^y$$

$$f''_{xy} = \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial f}{\partial x}\right] = \frac{\partial}{\partial y}\left[3x^2\, e^y + 3\right] = 3x^2\, e^y$$

$$f''_{yx} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial f}{\partial y}\right] = \frac{\partial}{\partial x}\left[x^3 e^y + \sin 2y\right] = 3x^2 e^y$$

$$f''_{y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial f}{\partial y}\right] = \frac{\partial}{\partial y}\left[x^3 e^y + \sin 2y\right] = x^3 e^y + 2\cos 2y$$

II. Dérivées partielles

Théorème de SCHWARTZ

Si les dérivées partielles secondes f''_{xy} et f''_{yx} sont continues au voisinage de M_o (x_0,y_0), on a:

$$f''_{xy}(x_0,y_0) = f''_{yx}(x_0,y_0)$$

Exemple : $f(x,y) = e^{xy}$

Calculer les dérivées partielles premières et secondes

II. Dérivées partielles

Exemple : $f(x,y) = e^{xy}$

- dérivées partielles premières $\dfrac{\partial f}{\partial x} = y\, e^{xy}$ $\dfrac{\partial f}{\partial y} = x\, e^{xy}$

- dérivées partielles secondes

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial f}{\partial x}\right] = \frac{\partial}{\partial x}\left[y\, e^{xy}\right] = y^2 e^{xy} \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial f}{\partial y}\right] = \frac{\partial}{\partial y}\left[x\, e^{xy}\right] = x^2 e^{xy}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} &= \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial f}{\partial x}\right] = \frac{\partial}{\partial y}\left[y\, e^{xy}\right] = e^{xy} + yx\, e^{xy} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial f}{\partial y}\right] = \frac{\partial}{\partial x}\left[x\, e^{xy}\right] = e^{xy} + xy\, e^{xy} \end{aligned}\right\}$$

avec $\dfrac{\partial^2 \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{y}} = \dfrac{\partial^2 \mathbf{f}}{\partial \mathbf{y} \partial \mathbf{x}}$

$\Rightarrow$ th. de Schwartz vérifié

II. Dérivées partielles

d. Généralisation : fonction de 3 variables f(x,y,z)

- **3** dérivées partielles premières

$$f'_x \Rightarrow \begin{cases} f''_{x^2} \\ f''_{xy} \\ f''_{xz} \end{cases} \qquad f'_y \Rightarrow \begin{cases} f''_{yx} \\ f''_{y^2} \\ f''_{yz} \end{cases} \qquad f'_z \Rightarrow \begin{cases} f''_{zx} \\ f''_{zy} \\ f''_{z^2} \end{cases}$$

- **9** dérivées partielles secondes dont **6** distinctes

$\Rightarrow$ Fonction de n variables: n dérivées partielles premières

n^2 dérivées partielles secondes

III. Différentielle totale

a. Fonction de deux variables f(x,y)

f(x, y) dérivable par rapport aux variables x et y possède 2 dérivées

partielles premières $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ et $\dfrac{\partial f}{\partial y}$

On donne à x et à y les accroissements respectifs dx et dy

- Différentielles partielles

Analogie avec la différentielle d'une fonction d'une seule variable:

$$df = f'(x)\, dx$$

On peut définir 2 différentielles partielles associées à chacune des variables

$$dx \rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} dx = df_x \qquad dy \rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} dy = df_y$$

III. Différentielle totale

a. Fonction de deux variables f(x,y)

f(x, y) dérivable par rapport aux variables x et y possède 2 dérivées

partielles premières $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$

On donne à x et à y les accroissements respectifs dx et dy

- Différentielles partielles

Analogie avec la différentielle d'une fonction d'une seule variable:

$$df = f'(x)\,dx$$

On peut définir 2 différentielles partielles associées à chacune des variables

$$dx \rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} dx = df_x \qquad dy \rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} dy = df_y$$

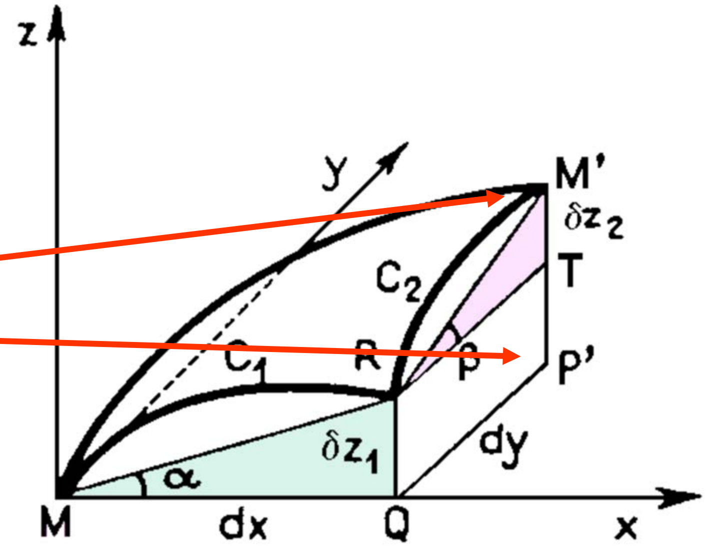
III. Différentielle totale

- Différentielle totale

A **(dx,dy)** on associe df = $df_x + df_y \Rightarrow \boxed{df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy}$

- Signification géométrique

Soit Δz la variation d'altitude quand on passe d'un point M à un point très voisin M' de la surface (S).
Sur le schéma: Δz=P'M'



III. Différentielle totale

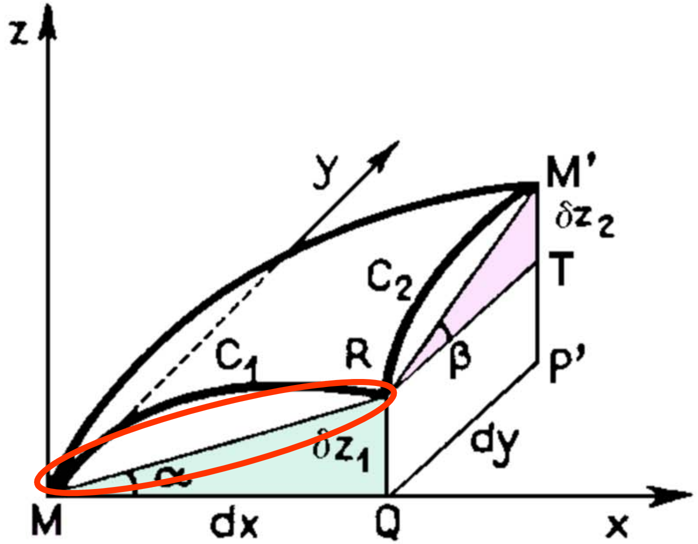
- Différentielle totale

A **(dx,dy)** on associe df = $df_x + df_y \quad \Rightarrow \quad \boxed{df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy}$

- Signification géométrique

Soit Δz la variation d'altitude quand on passe d'un point M à un point très voisin M' de la surface (S).
Sur le schéma: Δz=P'M'

On peut décomposer le trajet MM'= MR+RM' avec MR dans le plan Mxz (altitude δz_1) et RM'dans le plan parallèle à Myz (altitude δz_2) passant par Q.



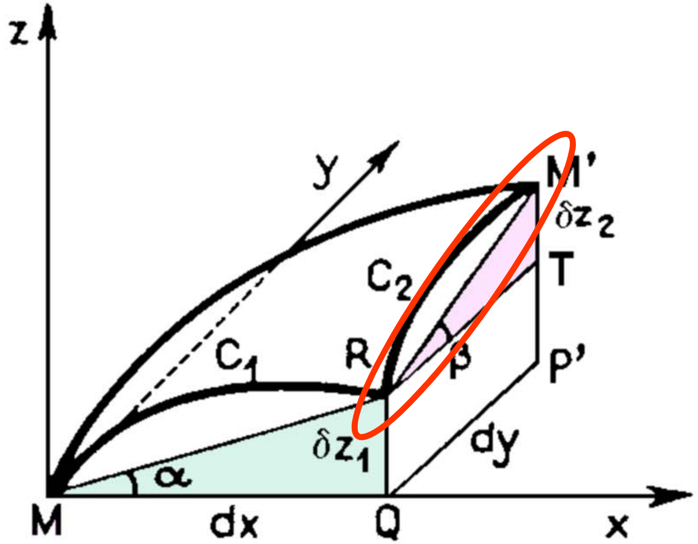
III. Différentielle totale

- Différentielle totale

A **(dx,dy)** on associe df = $df_x + df_y \quad \Rightarrow \quad \boxed{df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy}$

- Signification géométrique

Soit Δz la variation d'altitude quand on passe d'un point M à un point très voisin M' de la surface (S).
Sur le schéma: Δz=P'M'



On peut décomposer le trajet MM'= MR+RM' avec MR dans le plan Mxz (altitude δz_1) et RM'dans le plan parallèle à Myz (altitude δz_2) passant par Q.

III. Différentielle totale

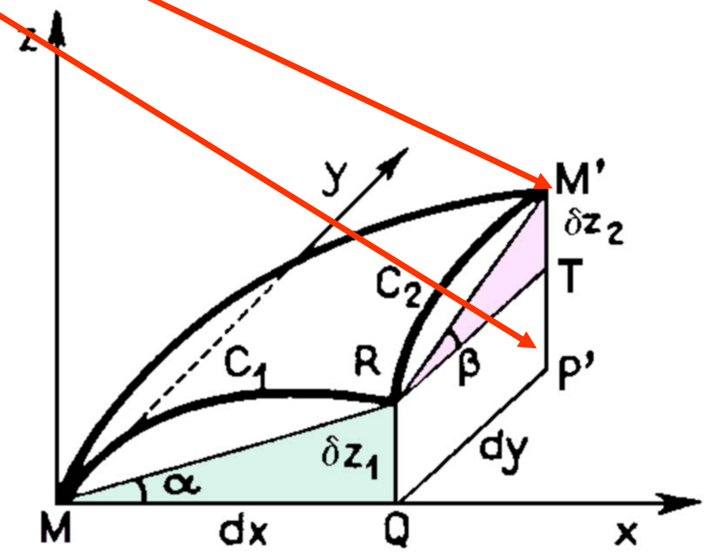
On aura: $\Delta z = P'M' = P'T + TM' = QR + TM' = \delta z_1 + \delta z_2$

Lorsque M' se rapproche de M, R se rapproche de M et M' de R;

les sécantes MR et RM' tendent vers les tangentes correspondantes.

$$\delta z_1 \rightarrow dz_1 = \frac{\partial f}{\partial x} dx = df_x$$

$$\delta z_2 \rightarrow dz_2 = \frac{\partial f}{\partial y} dy = df_y$$



III. Différentielle totale

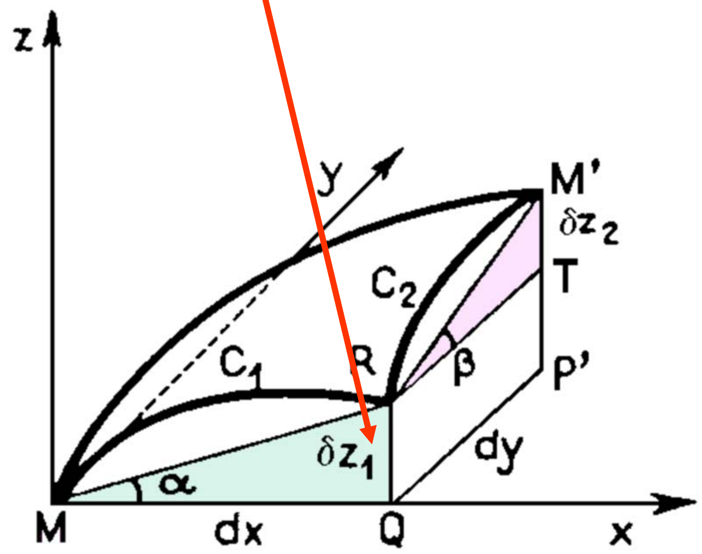
On aura: $\Delta z = P'M' = P'T + TM' = QR + TM' = \delta z_1 + \delta z_2$

Lorsque M' se rapproche de M, R se rapproche de M et M' de R;

les sécantes MR et RM' tendent vers les tangentes correspondantes.

$$\delta z_1 \to dz_1 = \frac{\partial f}{\partial x} dx = df_x$$

$$\delta z_2 \to dz_2 = \frac{\partial f}{\partial y} dy = df_y$$



III. Différentielle totale

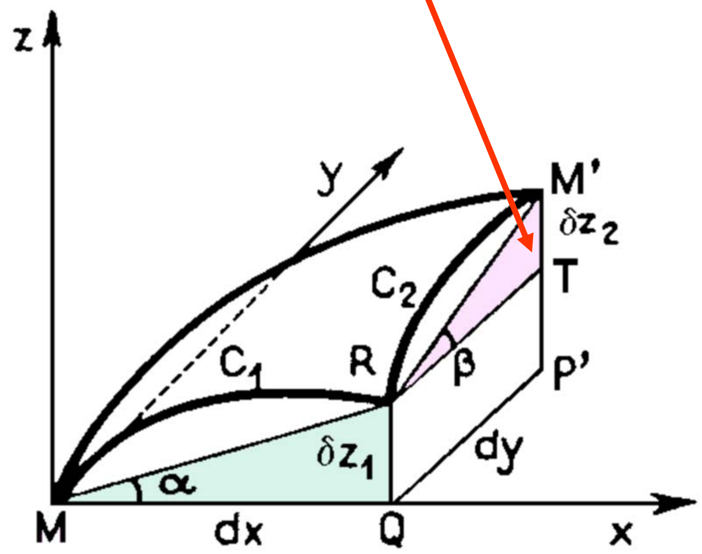
On aura: $\Delta z = P'M' = P'T + TM' = QR + TM' = \delta z_1 + \delta z_2$

Lorsque M' se rapproche de M, R se rapproche de M et M' de R;

les sécantes MR et RM' tendent vers les tangentes correspondantes.

$$\delta z_1 \rightarrow dz_1 = \frac{\partial f}{\partial x} dx = df_x$$

$$\delta z_2 \rightarrow dz_2 = \frac{\partial f}{\partial y} dy = df_y$$



III. Différentielle totale

On aura: $\Delta z = P'M' = P'T + TM' = QR + TM' = \delta z_1 + \delta z_2$

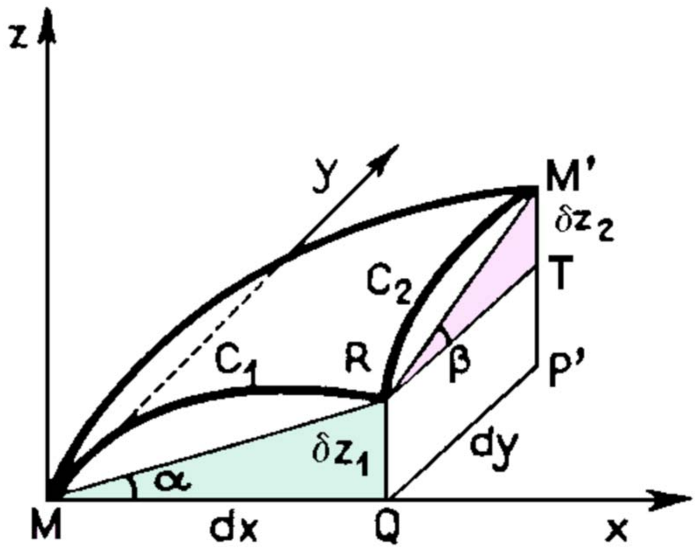
Lorsque M' se rapproche de M, R se rapproche de M et M' de R;

les sécantes MR et RM' tendent vers les tangentes correspondantes.

$$\delta z_1 \rightarrow dz_1 = \frac{\partial f}{\partial x} dx = df_x$$

$$\delta z_2 \rightarrow dz_2 = \frac{\partial f}{\partial y} dy = df_y$$

$\Delta z \rightarrow dz = df$ variation d'altitude sur le plan tangent en M à la surface (S)



III. Différentielle totale

Exemple : Calculer la différentielle totale de $f(x,y)=\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

avec: $u=x^2-y^2 \qquad u'_x=2x \qquad u'_y=-2y$

$v=x^2+y^2 \qquad v'_x=2x \qquad v'_y=2y$

$$\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{u'_x v-uv'_x}{v^2}=\frac{(2x)(x^2+y^2)-(x^2-y^2)(2x)}{(x^2+y^2)^2}=\frac{4xy^2}{(x^2+y^2)^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{u'_y v-uv'_y}{v^2}=\frac{(-2y)(x^2+y^2)-(x^2-y^2)(2y)}{(x^2+y^2)^2}=\frac{-4yx^2}{(x^2+y^2)^2}$$

$$df=\frac{\partial f}{\partial x}dx+\frac{\partial f}{\partial y}dy=\frac{4xy^2dx-4yx^2dy}{(x^2+y^2)^2}=\frac{4xy}{(x^2+y^2)^2}\left[ydx-xdy\right]$$

III. Différentielle totale

Exemple :

Donner une approximation de la variation de volume d'un cylindre droit de rayon r=10 cm et de hauteur h=50 cm quand r augmente de 1 cm et h diminue de 2 cm.

- Calcul exact de la variation ΔV ?
- Calcul approché de la variation ΔV par la différentielle dV ?

III. Différentielle totale

- Volume du cylindre droit $V = \pi r^2 h = V(r,h)$
- Calcul exact de la variation ΔV

V_1 valeur initiale avec $r_1 = 10$ cm et $h_1 = 50$ cm

$$V_1 = \pi r_1^2 h_1 = \pi.10^2.50 = 15708 \text{ cm}^3$$

V_2 valeur finale avec $r_2 = (10+1)$ cm et $h_2 = (50-2)$ cm

$$V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \pi.11^2.48 = 18246 \ cm^3$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 18246 - 15708 = 2538 \text{ cm}^3.$$

- Calcul approché de la variation ΔV par la différentielle dV

$$dV = \frac{\partial V}{\partial r} dr + \frac{\partial V}{\partial h} dh \qquad \text{avec} \quad \frac{\partial V}{\partial r} = \pi (2r)\, h \ \text{ et } \ \frac{\partial V}{\partial h} = \pi r^2$$

$$dV = 2\pi rh\, dr + \pi r^2\, dh = 2\pi.10.50.(1) + \pi.10^2.(-2) = 3141 - 628 = 2513 \text{ cm}^3$$

$$\boxed{\Delta V \approx 2500 \text{ cm}^3}$$

IV. Différentielle logarithmique

a. Définition

C'est la différentielle du logarithme de la valeur absolue de la fonction.

Pour f(x,y,z) fonction de 3 variables, la différentielle s'écrit:

$$\boxed{d\left[\ln\left|f(x,y,z)\right|\right] = \frac{df}{f} = \frac{1}{f}\left[\frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz\right]}$$

C'est donc le quotient de la différentielle totale par la fonction

IV. Différentielle logarithmique

b. Propriétés

Soient u(x,y,z) et v(x,y,z), fonctions différentiables de 3 variables indépendantes x,y et z.

* Produit de fonctions

$$d\left[\ln|u.v|\right] = d\left[\ln|u|\right] + d\left[\ln|v|\right] = \frac{du}{u} + \frac{dv}{v}$$

* Quotient de fonctions

$$d\left[\ln\left|\frac{u}{v}\right|\right] = d\left[\ln|u|\right] - d\left[\ln|v|\right] = \frac{du}{u} - \frac{dv}{v}$$

* Elévation à une puissance r (r constante)

$$d\left[\ln|u^r|\right] = d\left[r\ln|u|\right] = r.d\left[\ln|u|\right] = r.\frac{du}{u}$$

IV. Différentielle logarithmique

Intérêt: simplifier les calculs.

Le résultat final des calculs doit toujours s'exprimer sous la forme:

$$\boxed{\frac{df}{f} = A(x,y,z)dx + B(x,y,z)dy + C(x,y,z)dz}$$

après avoir regroupé les termes relatifs à un même élément différentiel.

Exemple : Calculer la différentielle logarithmique de

$$f(x,y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

IV. Différentielle logarithmique

Correction :

- $\ln|f(x,y)| = \ln\left|\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}\right| = \ln|x^2-y^2| - \ln|x^2+y^2|$

$$d\left[\ln|f(x,y)|\right] = \frac{df}{f} = d\left[\ln|x^2-y^2|\right] - d\left[\ln|x^2+y^2|\right] = \frac{d(x^2-y^2)}{x^2-y^2} - \frac{d(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$$

$$= \frac{2xdx - 2ydy}{x^2-y^2} - \frac{2xdx + 2ydy}{x^2+y^2}$$

On regroupe les termes relatifs à dx et à dy

$$\frac{df}{f} = \left[\frac{1}{x^2-y^2} - \frac{1}{x^2+y^2}\right].2xdx - \left[\frac{1}{x^2-y^2} + \frac{1}{x^2+y^2}\right].2ydy$$

$$= \left[\frac{4xy^2}{x^4-y^4}\right].dx - \left[\frac{4x^2y}{x^4-y^4}\right].dy$$

IV. Différentielle logarithmique

c. Intérêt de la différentielle logarithmique

La différentielle logarithmique ***df/f*** d'une fonction de plusieurs variables réalise une approximation de la variation relative : **$\Delta f/f$** de la fonction pour les variations Δx, Δy, Δz de ses variables, à condition que **Δx, Δy, Δz** soient suffisamment **petits** (approximation au premier ordre)

Exemple :

Donner une approximation de la variation relative du volume **$\Delta V/V$** d'un parallélépipède rectangle de côtés x=20 cm, y=40 cm et z = 25 cm quand x et y augmentent de 0,2 cm et que z diminue de 1 cm.

IV. Différentielle logarithmique

Correction :

- Volume d'un parallélépipède rectangle: $V(x,y,z) = x.y.z$
- Calcul exact de la variation relative

Volume initial $V_1 = 20.40.25 = 20000\ cm^3$

Volume final $V_2 = (20,2).(40,2).24 = 19489\ cm^3$.

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{V_2 - V_1}{V_1} = \frac{19489 - 20000}{20000} = \frac{-511}{20000} = \mathbf{-\ 0{,}0256 = -2{,}56\ \%}$$

- Calcul approché par la différentielle logarithmique:

$$\ln V = \ln x + \ln y + \ln z \Rightarrow d[\ln V] = d[\ln x] + d[\ln y] + d[\ln z]$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} + \frac{dz}{z}$$ avec $dx = dy = +0{,}2$ cm et $dz = -1$ cm

IV. Différentielle logarithmique

$$\frac{dV}{V} = \frac{0,2}{20} + \frac{0,2}{40} - \frac{1}{25} = 0,01 + 0,005 - 0,04$$

$$\frac{dV}{V} = -0,025 = -2,5\ \%$$

$$\boxed{\frac{\Delta V}{V} \approx -2,5\ \%}$$

V. Application au calcul d'incertitudes

Soit la grandeur g dépendant des variables indépendantes x, y, z

selon l'expression: **$g=g(x,y,z)$** .

Calcul des **incertitudes absolue Δg** et **relative $\Delta g/g$** connaissant les incertitudes absolues Δx, Δy, Δz sur les mesures x,y z.

*Δx, Δy, Δz **petits** par rapport aux mesures **x,y,z**,*

*$\Rightarrow$ on peut appliquer les règles du **calcul différentiel**.*

- la **différentielle dg** va conduire à **l'incertitude absolue Δg**.
  On en déduira ensuite l'incertitude relative $\Delta g/g$.

- Si g(x,y,z) se présente sous la forme de **produits et quotients**, on simplifie les calculs avec la **différentielle logarithmique dg/g**.
  On en déduit **l'incertitude relative $\Delta g/g$** qui conduira ensuite au calcul de l'incertitude absolu Δg.

V. Application au calcul d'incertitudes

Passage différentielles - incertitudes

On parle de **majoration physique** : on se place dans le cas le plus défavorable où toutes les erreurs commises sur les différentes **grandeurs indépendantes** se cumulent.

⇒ On cherche la limite supérieur de l'erreur commise sur g en déterminant **la limite supérieur de la valeur absolue** de **dg** ou de **dg/g.**

V. Application au calcul d'incertitudes

- **Incertitude absolue** $\boxed{\Delta g = \sup|dg|}$

$$* \quad dg = \frac{\partial g}{\partial x}dx + \frac{\partial g}{\partial y}dy + \frac{\partial g}{\partial z}dz$$

$$* \quad |dg| = \left|\frac{\partial g}{\partial x}dx + \frac{\partial g}{\partial y}dy + \frac{\partial g}{\partial z}dz\right| \leq \left|\frac{\partial g}{\partial x}\right||dx| + \left|\frac{\partial g}{\partial y}\right||dy| + \left|\frac{\partial g}{\partial z}\right||dz|$$

Théorème : *La valeur absolue d'une somme algébrique est inférieur ou égale à la somme des valeurs absolues des différents termes.*

$$\boxed{\sup|dg| = \left|\frac{\partial g}{\partial x}\right||dx| + \left|\frac{\partial g}{\partial y}\right||dy| + \left|\frac{\partial g}{\partial z}\right||dz| = \left|\frac{\partial g}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial g}{\partial y}\right|\Delta y + \left|\frac{\partial g}{\partial z}\right|\Delta z}$$

V. Application au calcul d'incertitudes

- **Incertitude relative ou précision** $$\boxed{\frac{\Delta g}{g} = \sup\left|\frac{dg}{g}\right|}$$

* $$d\left[\ln\left|g(x,y,z)\right|\right] = \frac{dg}{g} = \frac{1}{g}\left[\frac{\partial g}{\partial x}dx + \frac{\partial g}{\partial y}dy + \frac{\partial g}{\partial z}dz\right]$$

* $$\left|\frac{dg}{g}\right| = \left|\frac{1}{g}\left[\frac{\partial g}{\partial x}dx + \frac{\partial g}{\partial y}dy + \frac{\partial g}{\partial z}dz\right]\right|$$

$$\boxed{\sup\left|\frac{dg}{g}\right| = \frac{1}{|g|}\left[\left|\frac{\partial g}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial g}{\partial y}\right|\Delta y + \left|\frac{\partial g}{\partial z}\right|\Delta z\right]}$$

V. Application au calcul d'incertitudes

- **En pratique**, cela revient à remplacer tous les **d** de différentielles en **Δ** d'incertitudes (valeurs

  positives) puis à affecter à chaque coefficient multiplicatif un signe positif.

Présentation du résultat final :

On ne garde que les chiffres significatifs; pour cela, on ne conserve **qu'un seul chiffre incertain** :

- on **arrondit** la valeur de **g**, à la valeur la plus proche

- on **majore** la valeur de **Δg** à la valeur immédiatement supérieure (on ne doit jamais minorer une erreur)

Med@TICE
Université Joseph Fourier Grenoble 1
ETUDES DE SANTÉ
Première Année Commune

www.medatice-grenoble.fr

Mentions légales

Ce document a été réalisé par la Cellule TICE de la Faculté de Médecine et de Pharmacie de Grenoble
(Université Joseph Fourier – Grenoble 1)