

*UE4 : Biostatistiques*

---

Chapitre 3 :  
**Principe des tests statistiques  
d'hypothèse**

José LABARERE

---

Année universitaire 2010/2011

Université Joseph Fourier de Grenoble - Tous droits réservés.

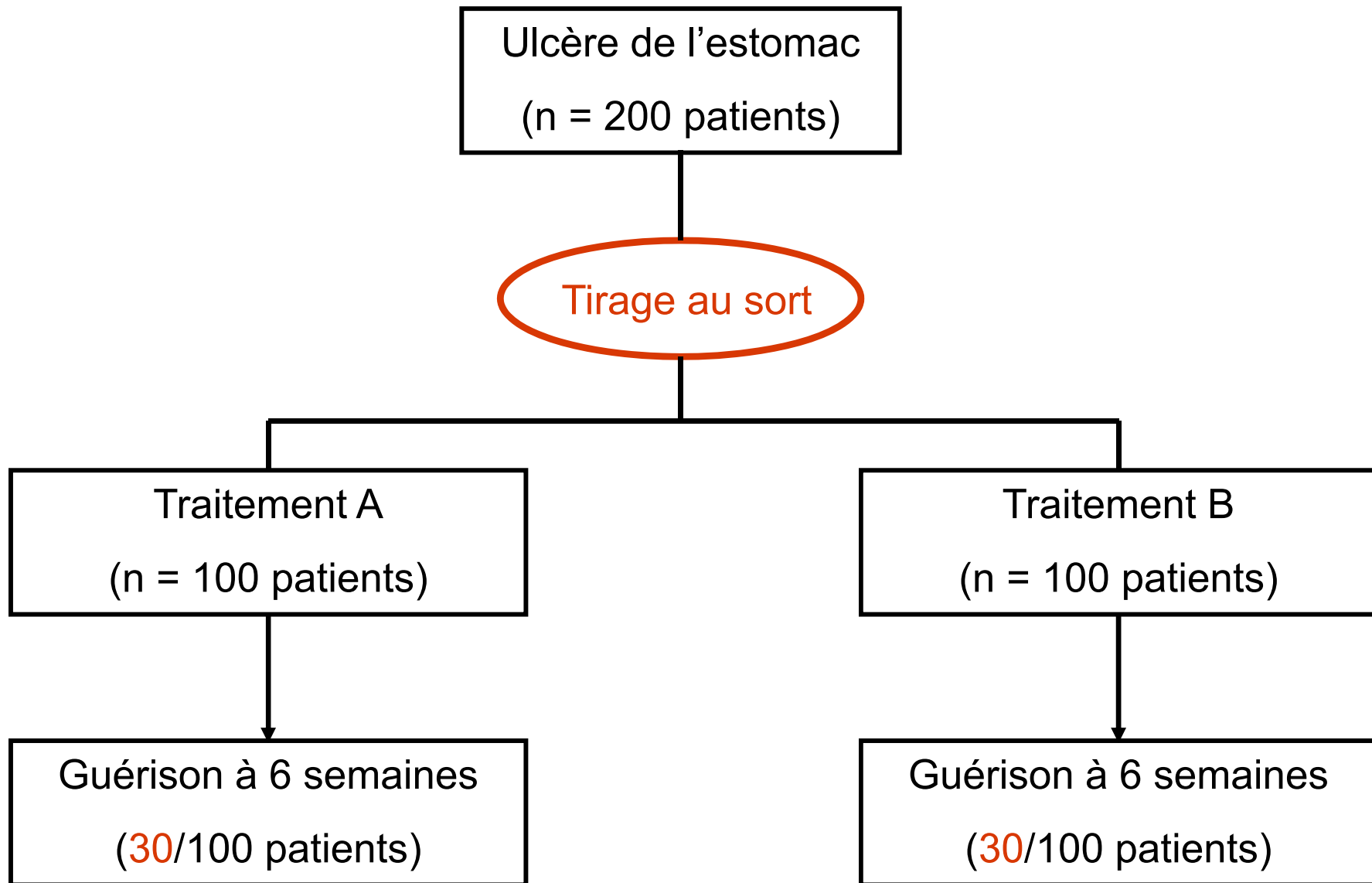
# Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous  $H_0$
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous  $H_0$
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification ( $P$ -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

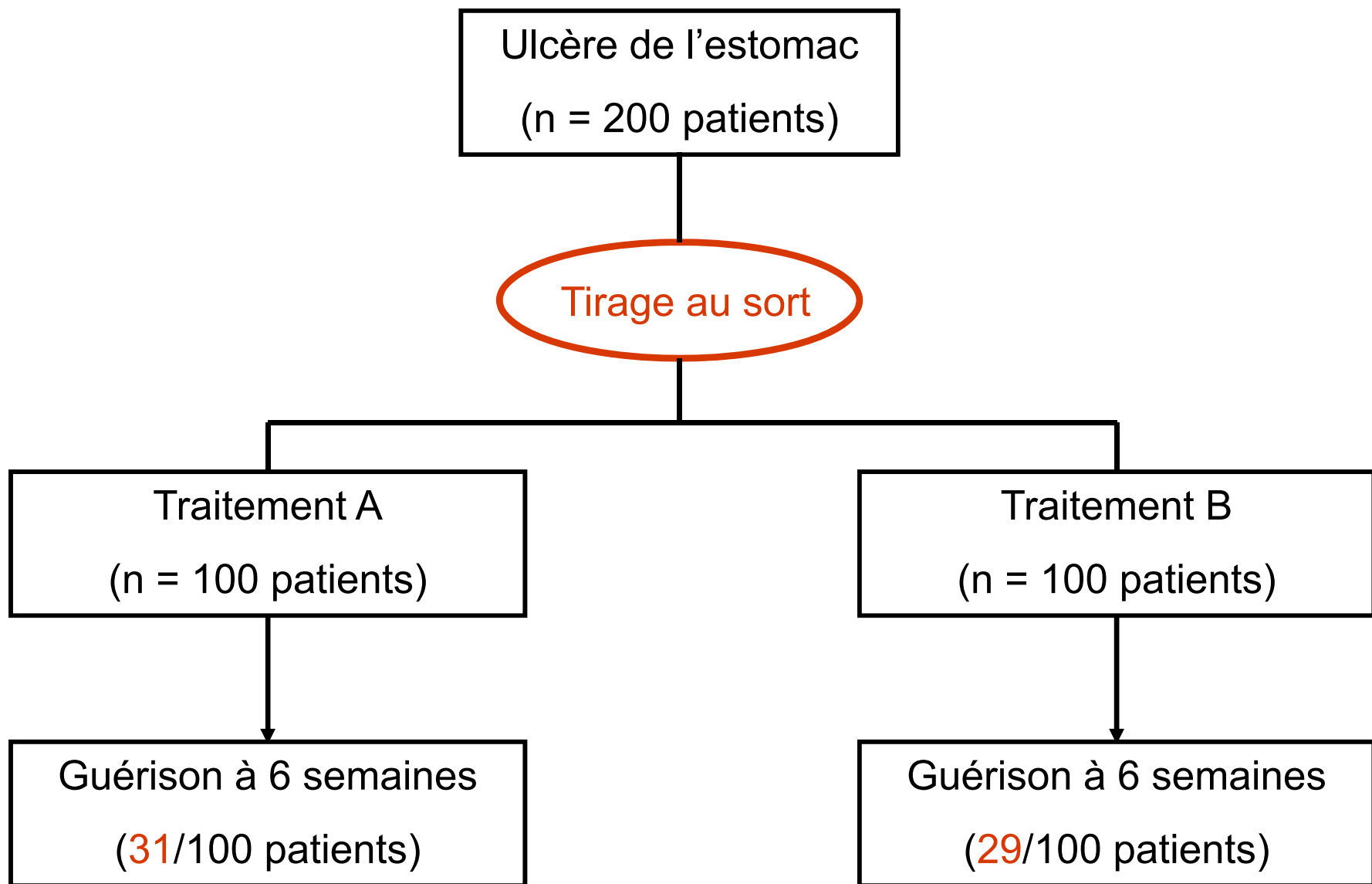
# Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé**
  - I.1. Evaluation de l'efficacité (et de la sécurité) des traitements**
  - I.2. Identification des facteurs de risque**
  - I.3. Finalité des statistiques en santé**
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous  $H_0$
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous  $H_0$
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification ( $P$ -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

# I.1. Evaluation de l'efficacité (et de la sécurité) des traitements



On ne met pas en évidence de différence de guérison entre le traitement A et B.

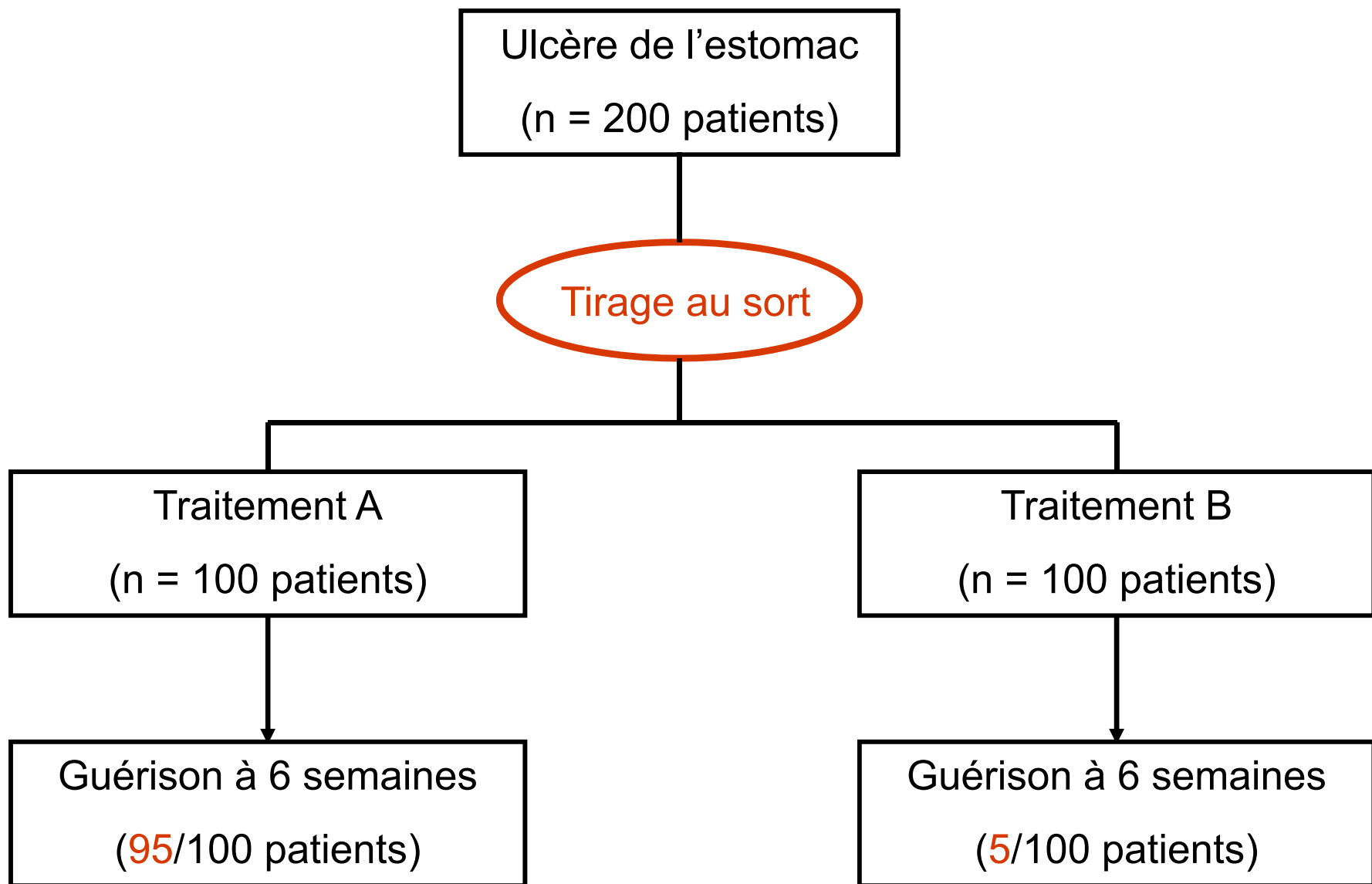


Comment interpréter le léger avantage du traitement A sur le traitement B ?

Il faut savoir que : - des patients guérissent spontanément d'un ulcère.

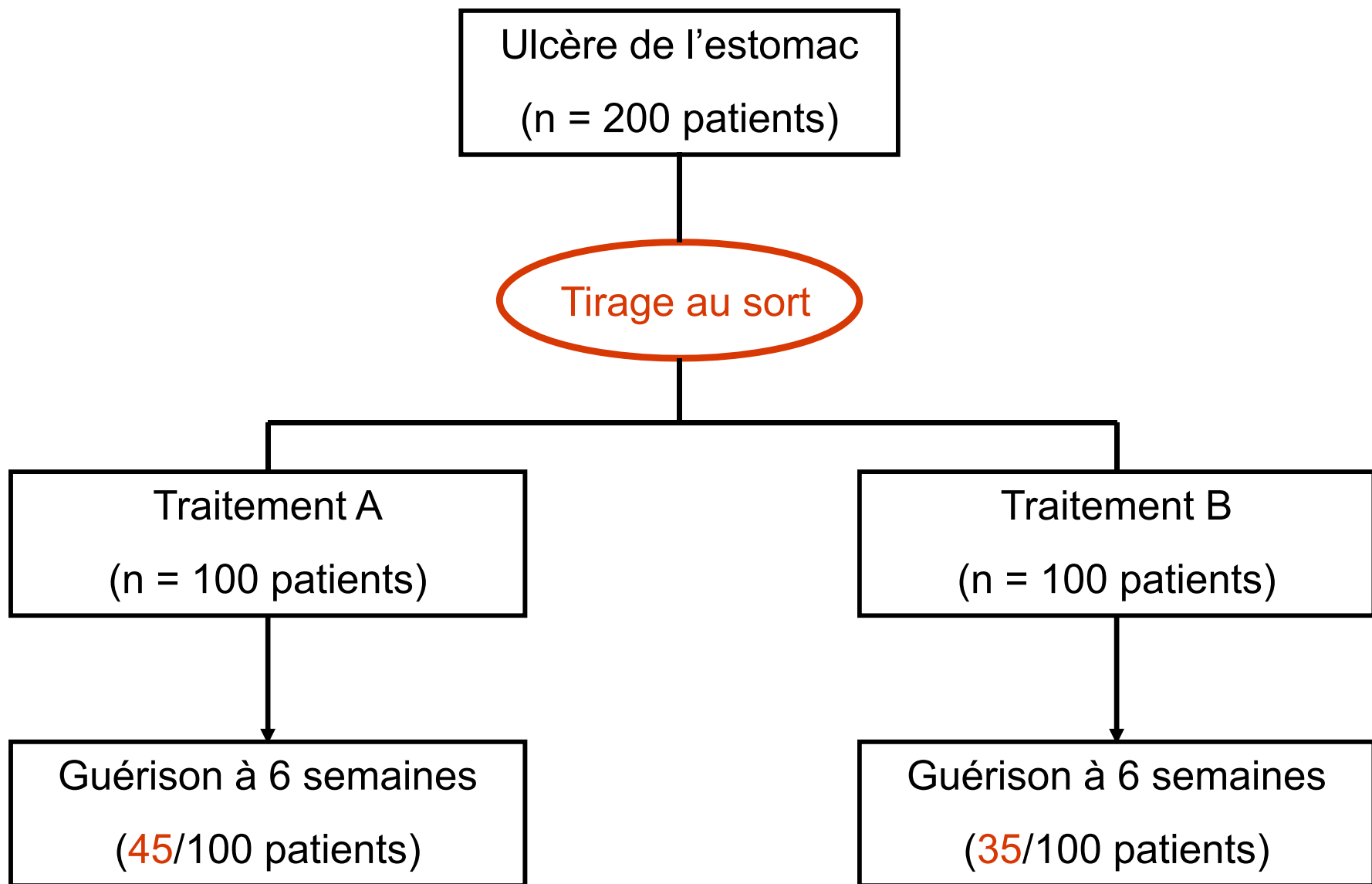
- certains patients répondent au traitement et d'autres pas.

Le tirage au sort n'a-t-il pas pu favoriser le traitement A en lui allouant par hasard un peu plus de patients répondeurs ?



Le tirage au sort peut-il expliquer une telle différence de guérison entre le traitement A et B ?

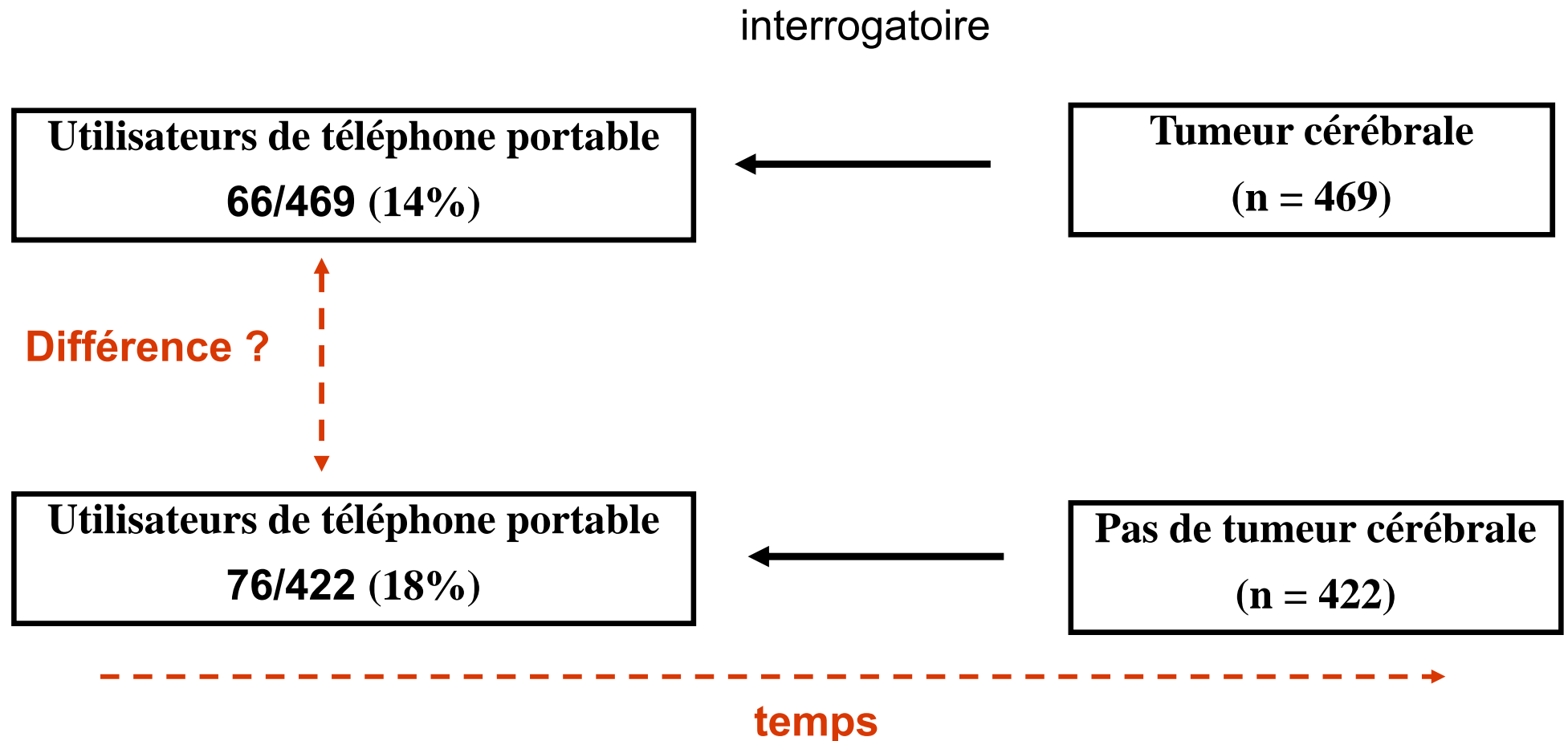
C'est peu probable.



Que conclure ?

Les tests statistiques d'hypothèse permettent de se fixer une règle de décision objective.

## I.2. Identification des facteurs de risque des maladies



Comment interpréter la proportion un peu plus élevée d'utilisateurs de téléphone portable dans l'échantillon de patients sans tumeur cérébrale ?

- Réelle association entre tumeur cérébrale et moindre utilisation du téléphone ?
- Hasard (fluctuations d'échantillonnage) ?



## I.3. Finalité des statistiques en santé

- **Lire et interpréter les études**
    - testant l'efficacité des nouveaux traitements (essais cliniques)
    - testant les facteurs de risque des maladies (épidémiologie)
  - **Porter un regard critique sur l'information délivrée par les compagnies pharmaceutiques**
- ⇒ **Pratiquer une médecine fondée sur les preuves scientifiques (evidence-based medicine)**
- **Accessoirement :**
    - Epreuve de lecture critique d'articles (ECN)
    - Mémoire / thèse d'exercice des professions de santé

# Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques**
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous  $H_0$
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous  $H_0$
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification ( $P$ -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

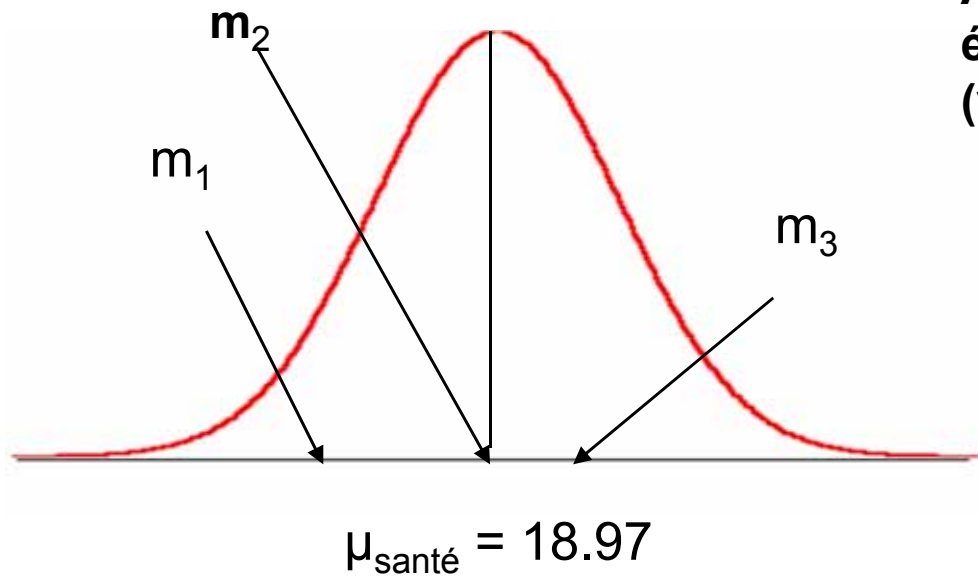
# Principes généraux des tests statistiques

## Test statistique d'hypothèse

- **Est l'outil statistique de comparaison**  
(intervalle de confiance = outil statistique de l'estimation)
- **Sert à comparer 2 ou plusieurs séries de données :**
  - résumées par leurs **paramètres** : moyenne, variance (**tests paramétriques**)
  - (décrites par leur distribution : tests non-paramétriques)
- **Garder à l'esprit :**
  - On compare des paramètres **estimés** sur des **échantillons** issus de populations
  - La valeur de ces paramètres estimés sur les échantillons **fluctuent** autour de la vraie valeur du paramètre de la population dont ils sont issus

# Exemple 1. âge moyen des étudiants de L1 santé

Age moyen de la population des 1600 étudiants inscrits en L1 santé :  $\mu_{\text{santé}} = 18.97$   
(variance :  $\sigma^2 = 1.06$ )



Age moyen des 200 étudiants du groupe 1 (échantillon 1) :  $m_1 = 18.89$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 2 (échantillon 2) :  $m_2 = 18.97$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 3 (échantillon 3) :  $m_3 = 19.02$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 4 (échantillon 4) :  $m_4 = 18.98$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 5 (échantillon 5) :  $m_5 = 18.99$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 6 (échantillon 6) :  $m_6 = 18.99$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 7 (échantillon 7) :  $m_7 = 19.02$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 8 (échantillon 8) :  $m_8 = 18.85$

- Les groupes (échantillons) sont constitués **au hasard** à partir de la population des 1600 étudiants de L1 santé.
- Qu'est-ce qui peut expliquer que l'âge moyen soit différent entre :
  - les étudiants du groupe 1 ( $m_1=18.89$ )
  - les étudiants du groupe 7 ( $m_7=19.02$ )

**Le hasard (fluctuations d'échantillonnage)**

***NB : La réponse est évidente car on sait que le groupe 1 et le groupe 7 sont deux échantillons tirés au sort à partir de la population des étudiants de L1 santé***

# Exemple 2. L'âge moyen des étudiants de L1 santé diffère-t-il de l'âge moyen des étudiants de L1 sciences, à l'UJF cette année?

2 façons de procéder :

1. Comparer l'âge moyen de la **population** des 1600 étudiants de L1 santé ( $\mu_{\text{santé}}$ ) et de la population des 1000 étudiants de L1 sciences ( $\mu_{\text{sciences}}$ )
2. Comparer l'âge moyen d'un **échantillon** de 200 étudiants de L1 santé ( $m_{\text{santé}}$ ) et d'un échantillon de 200 étudiants de L1 sciences ( $m_{\text{sciences}}$ ) et extrapoler ce résultat aux populations.

**NB :**

- *La solution 2 a l'avantage d'être économique (400 étudiants interrogés au lieu de 2600) mais  $m$  est soumise aux fluctuations d'échantillonnage.*
- *La solution 1 donne une réponse exacte ( $\mu$  n'est pas soumise aux fluctuations d'échantillonnage) mais est rarement réalisable en pratique (effectif de population, populations infinies)*

# Comparer l'âge moyen d'un échantillon d'étudiants de L1 santé et de L1 sciences

**L1 santé : échantillon 1 :  $m_1 = 18.89$  ( $s_1^2 = 0.98$ )**

**L1 sciences : échantillon 10 :  $m_{10} = 18.76$  ( $s_{10}^2 = 1.23$ )**

**La différence observée entre les moyennes des 2 échantillons :**

- **résulte de fluctuations d'échantillonnage ( $\mu_{\text{santé}} = \mu_{\text{sciences}}$ ) ?**
- **résulte de fluctuations d'échantillonnage + une différence d'âge moyen entre les 2 populations ( $\mu_{\text{santé}} \neq \mu_{\text{sciences}}$ ) ?**

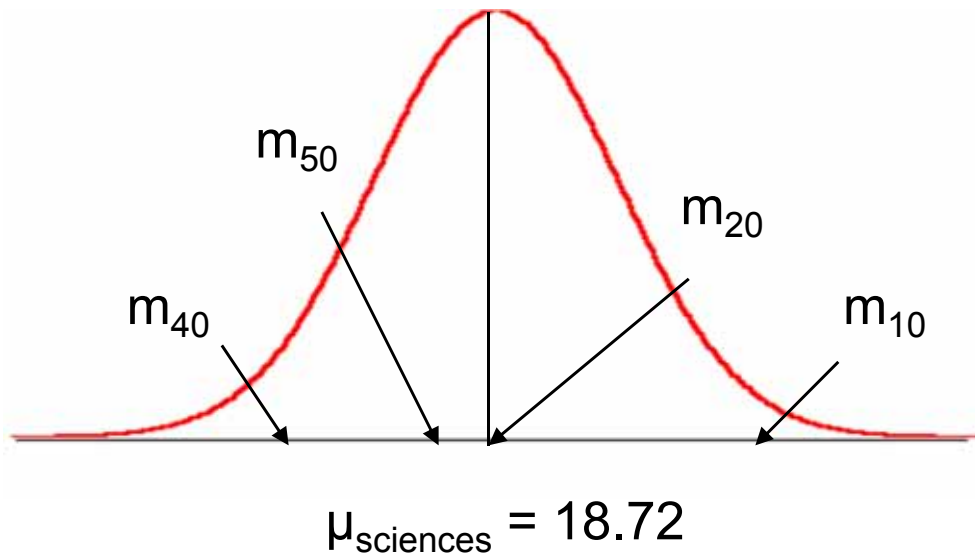
**On utilisera un test statistique pour répondre à cette question.**

# Age moyen des étudiants de L1 Sciences

Age moyen de la population des 1000 étudiants inscrits en L1 Sciences :

$$\mu_{\text{sciences}} = 18.72$$

(variance :  $\sigma^2 = 1.16$ )



**Age moyen des 200 étudiants du groupe 10 (échantillon 10) :  $m_{10} = 18.76$**

**Age moyen des 200 étudiants du groupe 20 (échantillon 20) :  $m_{20} = 18.72$**

**Age moyen des 200 étudiants du groupe 30 (échantillon 30) :  $m_{30} = 18.73$**

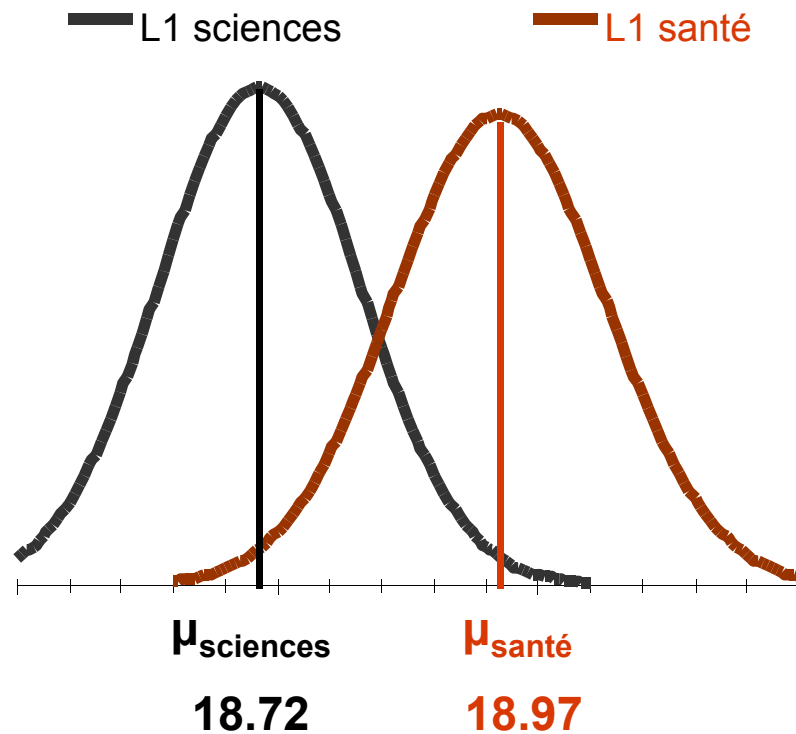
**Age moyen des 200 étudiants du groupe 40 (échantillon 40) :  $m_{40} = 18.67$**

**Age moyen des 200 étudiants du groupe 50 (échantillon 50) :  $m_{50} = 18.71$**



- **Cette année, à l'UJF, l'âge moyen des étudiants est différent entre :**
  - **la population de L1 santé ( $\mu_{\text{santé}} = 18.97$ )**
  - **la population de L1 sciences ( $\mu_{\text{sciences}} = 18.72$ )**

***NB : Cette différence est réelle et ne résulte pas de fluctuations d'échantillonnage car il s'agit de 2 populations (et non pas de 2 échantillons).***



Du fait des fluctuations d'échantillonnage :

- l'écart varie en fonction des échantillons :

$$m_7 - m_{40} = 0,35$$

$$m_{10} - m_8 = 0,09$$

- Il était possible, bien que peu probable, d'observer :  $m_{\text{sciences}} \geq m_{\text{santé}}$

**échantillon 40 :  $m_{40} = 18.67$**

**échantillon 50 :  $m_{50} = 18.71$**

**échantillon 20 :  $m_{20} = 18.72$**

**échantillon 30 :  $m_{30} = 18.73$**

**échantillon 10 :  $m_{10} = 18.76$**

**échantillon 8 :  $m_8 = 18.85$**

**échantillon 1 :  $m_1 = 18.89$**

**échantillon 2 :  $m_2 = 18.97$**

**échantillon 4 :  $m_4 = 18.98$**

**échantillon 5 :  $m_5 = 18.99$**

**échantillon 6 :  $m_6 = 18.99$**

**échantillon 3 :  $m_3 = 19.02$**

**échantillon 7 :  $m_7 = 19.02$**

# Intuitivement

- Plus l'écart observé entre les 2 moyennes estimées ( $m$ ) sur les 2 échantillons est grand,
- Plus faible est la probabilité que cette différence observée résulte uniquement de fluctuations d'échantillonnage.  
 $\uparrow (m_a - m_b) \rightarrow \downarrow P(\mu_a = \mu_b)$
- Mais un faible écart observé entre les 2 moyennes estimées ( $m$ ) sur les 2 échantillons
- n'exclut pas que les 2 moyennes des populations ( $\mu$ ) soient différentes

**Le test statistique permet de formaliser ce raisonnement intuitif**

# Test statistique : démarche hypothético-déductive

## 1. Formuler une hypothèse

- $\mu_{\text{santé}} = \mu_{\text{sciences}}$

## 2. Dédire ce que devraient être les observations si l'hypothèse est vraie

- $m_{\text{santé}} \approx m_{\text{sciences}}$  aux fluctuations d'échantillonnage près

## 3. Confronter les observations à ce qui était attendu

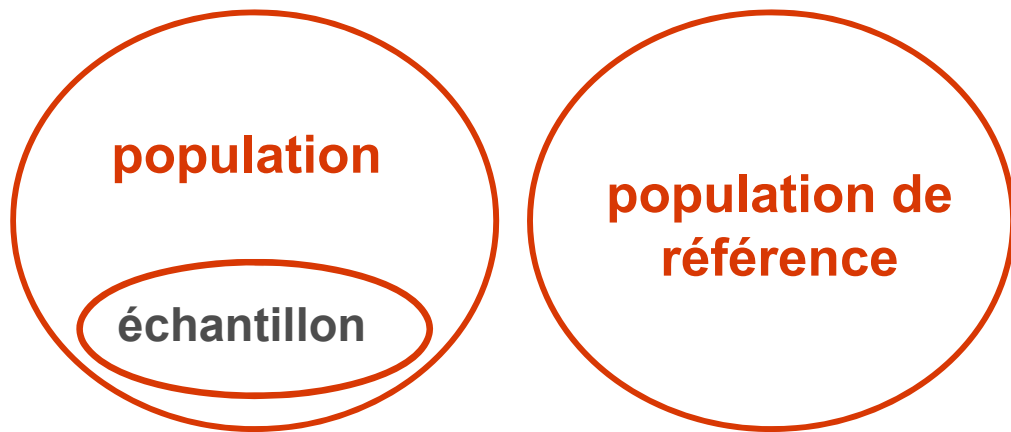
- $m_{\text{santé}}$  et  $m_{\text{sciences}}$  compatibles avec l'hypothèse ?

## 4. Conclure

- Non-rejet de l'hypothèse ( $\mu_{\text{santé}} = \mu_{\text{sciences}}$ )
- Rejet de l'hypothèse ( $\mu_{\text{santé}} = \mu_{\text{sciences}}$ )  $\rightarrow \mu_{\text{santé}} \neq \mu_{\text{sciences}}$

# Tests statistiques de comparaison

Comparer un paramètre observé sur un échantillon à une valeur de référence



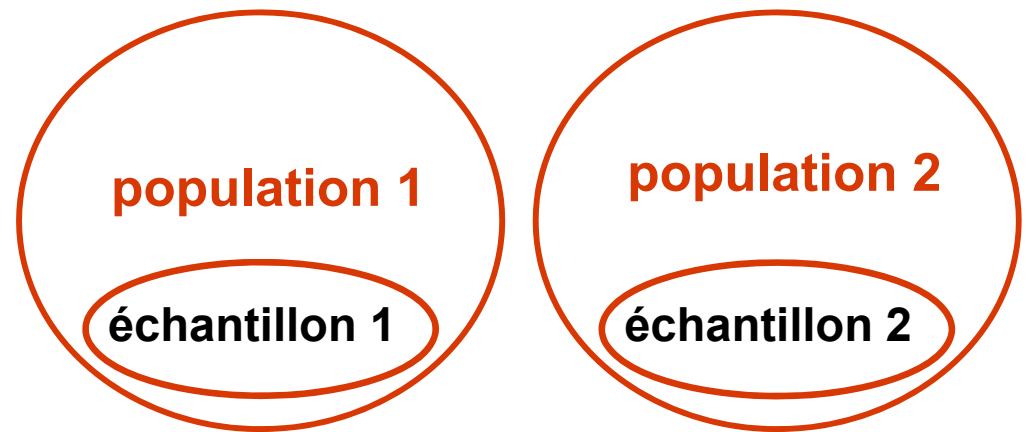
Différence observée

- Fluctuations d'échantillonnage ?
- Différence entre populations ?



**Test statistique**

Comparer un paramètre entre 2 ou plusieurs échantillons



Différence observée

- Fluctuations d'échantillonnage ?
- Différence entre populations ?

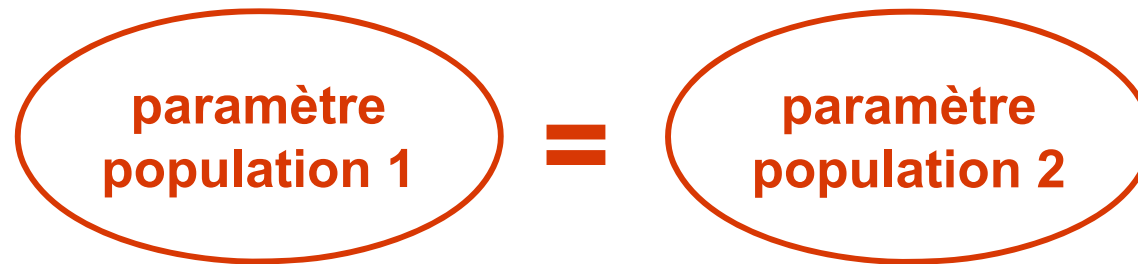


**Test statistique**

# Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative**
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous  $H_0$
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous  $H_0$
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification ( $P$ -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

# 1. Formuler l'hypothèse nulle (H0)



$$\mu_1 = \mu_2$$

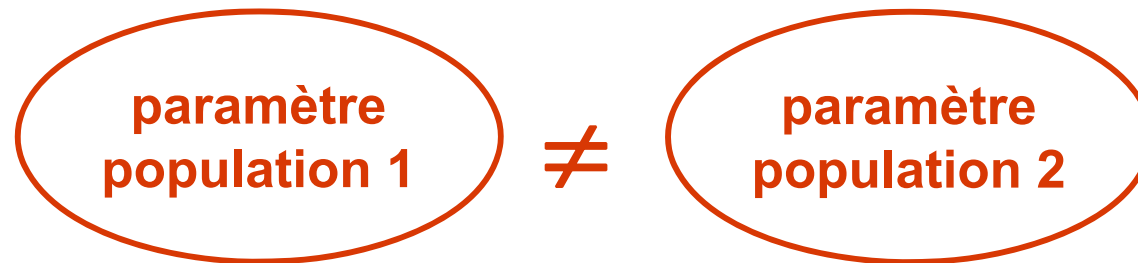
**Les hypothèses sont formulées à l'aide des paramètres des populations**

L'hypothèse nulle (H0) est l'hypothèse qu'on souhaite invalider (rejeter) :

- Il est plus facile de rejeter une hypothèse (un seul contre-exemple suffit)
- Alors que valider une hypothèse demande de rechercher toutes les situations possibles et de vérifier qu'aucune d'entre-elles ne contredise cette hypothèse.

## 2. Formuler l'hypothèse alternative (H1)

### Hypothèse alternative bilatérale (H1)



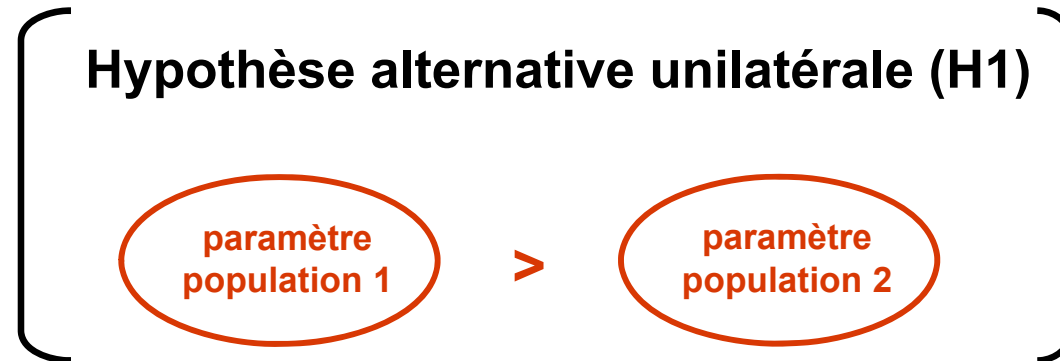
$$\mu_1 \neq \mu_2$$

L'hypothèse alternative (H1) est l'hypothèse qui sera retenue au cas où le test statistique rejette l'hypothèse nulle H0

L'hypothèse alternative est bilatérale, lorsqu'on postule que les paramètres sont différents sans chercher à déterminer le sens de cette différence.



## 2. Formuler l'hypothèse alternative (H1)



$$(\mu_1 > \mu_2)$$

On formule une hypothèse alternative unilatérale lorsqu'on s'intéresse au sens de l'inégalité entre les 2 populations.

Le sens de l'inégalité est évident : le taux de guérison est supérieur dans un groupe de patients traités par rapport à un groupe de patients non traités.

L'utilisation des tests d'hypothèse unilatéraux n'est justifiée que dans des circonstances très particulières et les revues médicales scientifiques recommandent de ne pas utiliser ces tests d'hypothèse unilatéraux.

# Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous  $H_0$**
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous  $H_0$
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification ( $P$ -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

# Sous l'hypothèse nulle (H0)

- Paramètre<sub>population1</sub> = Paramètre<sub>population2</sub>

$$\mu_1 = \mu_2$$

- Paramètre<sub>échantillon1</sub>  $\approx$  Paramètre<sub>échantillon2</sub>

- Paramètre<sub>échantillon1</sub> - Paramètre<sub>échantillon2</sub>  $\approx 0$

$$m_1 \approx m_2 \rightarrow m_1 - m_2 \approx 0$$

En raison des fluctuations d'échantillonnage, la différence ( $m_1 - m_2$ ) peut prendre toutes les valeurs de R.

Mais toutes les valeurs de ( $m_1 - m_2$ ) n'ont pas la même probabilité.

Les valeurs de ( $m_1 - m_2$ ) proches de 0 sont les plus probables.

# Sous l'hypothèse nulle (H0)

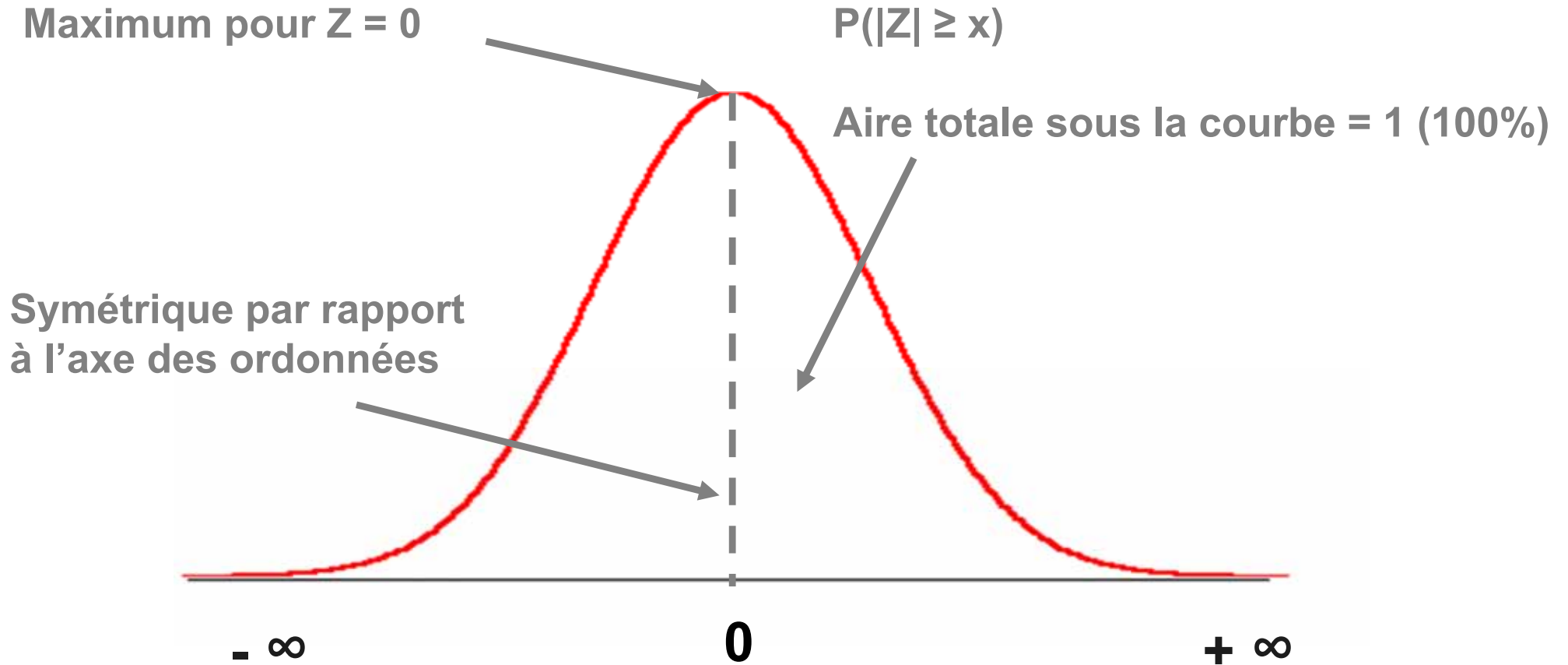
On ne peut pas déterminer exactement ce que devrait être  $(m_1 - m_2)$  sous l'hypothèse nulle (H0)

Mais on peut calculer la probabilité que  $(m_1 - m_2)$  prenne telle ou telle valeur.

Pour les grands échantillons (effectif  $\geq 30$ ), la quantité :

$$Z = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}} \rightarrow N(0,1)$$

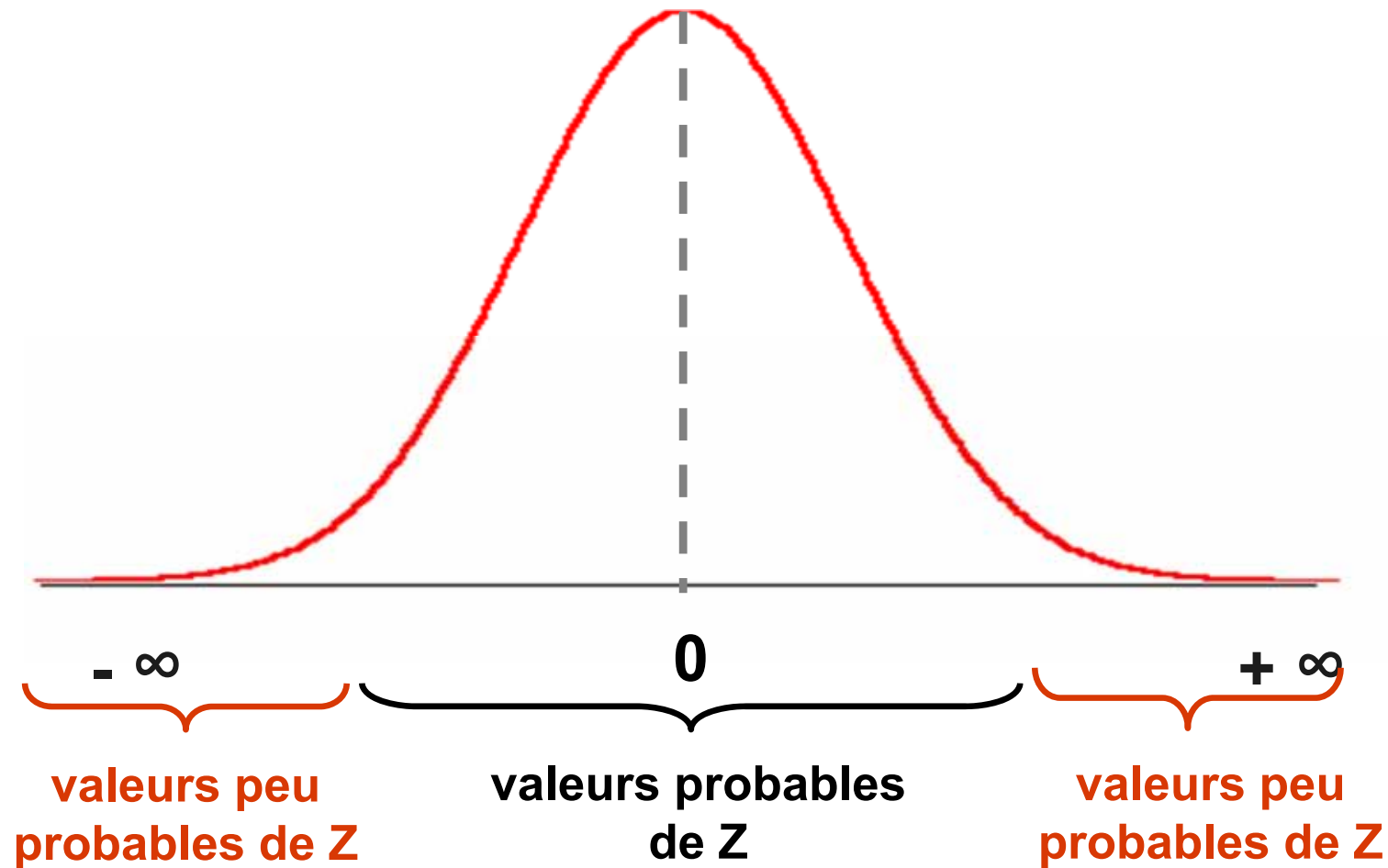
# Densité de probabilité de loi normale centrée réduite $N(0,1)$



Abscisses : valeurs possibles de  $Z$  sous  $H_0$  ( $\mu_1 = \mu_2$ )

$$Z = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}}$$

# Densité de probabilité de loi normale centrée réduite $N(0,1)$



Abscisses : valeurs possibles de Z sous  $H_0$  ( $\mu_1 = \mu_2$ )

$$Z = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}}$$

# Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous  $H_0$
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous  $H_0$**
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification ( $P$ -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

# Confronter les observations à ce qui était attendu sous H0

1. Calculer la valeur de  $Z_o$  à partir des estimations  $m_1$  et  $m_2$  sur les échantillons

$$Z_o = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}}$$

2. Déterminer la probabilité d'observer une valeur de  $Z$  au moins aussi grande que  $|Z_o|$  sous l'hypothèse nulle (H0).

$P(Z > |Z_o|)$  sous H0

$$Z_o = Z_{\text{observée}}$$

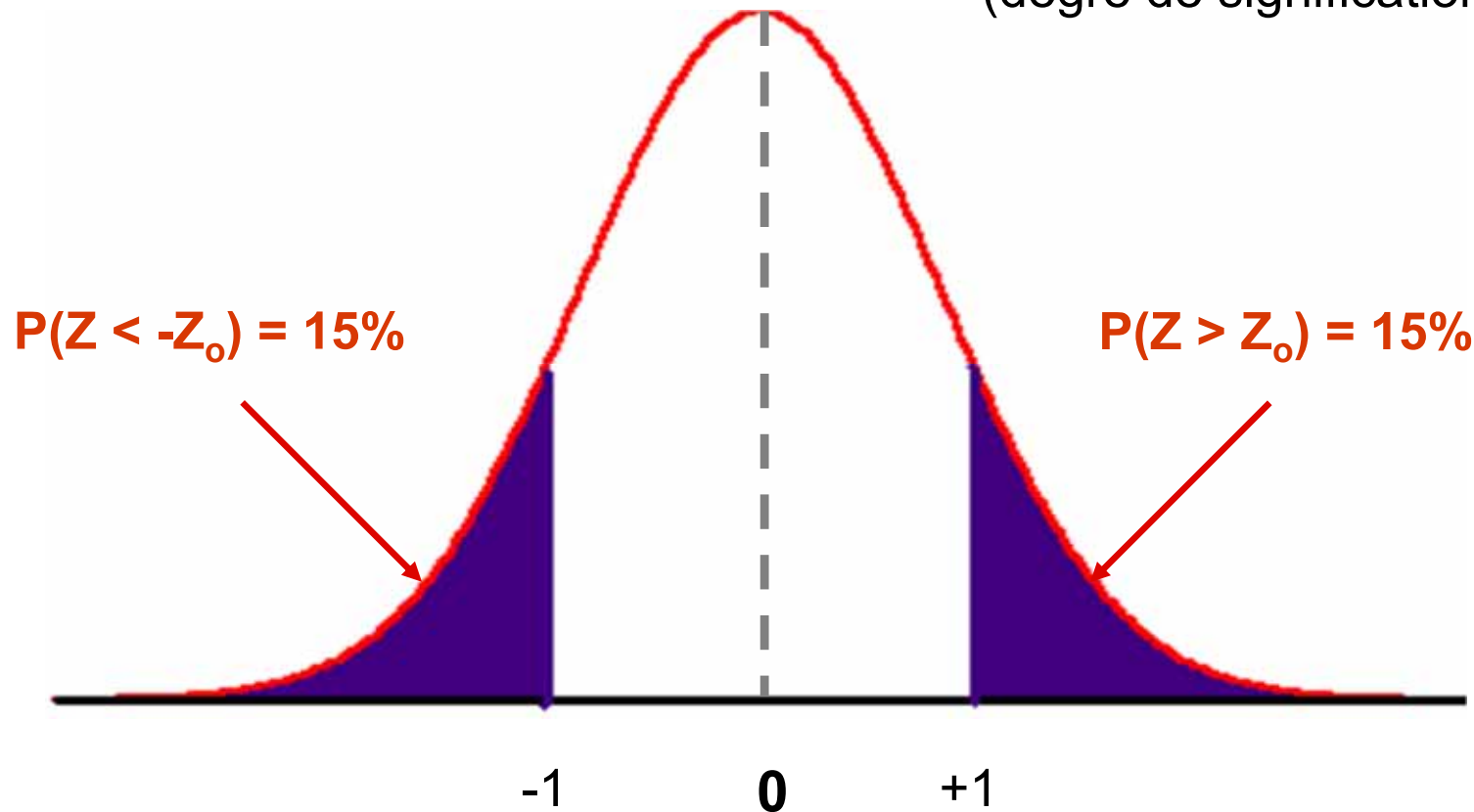


# Densité de probabilité de loi normale centrée réduite $N(0,1)$

Exemple 1 :  $Z_o = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}} = 1$

$P(Z > |Z_o|)$  sous  $H_0 = 30\%$

(degré de signification,  $P$ -value)



Abscisses : valeurs possibles de  $Z$  sous  $H_0$  ( $\mu_1 = \mu_2$ )

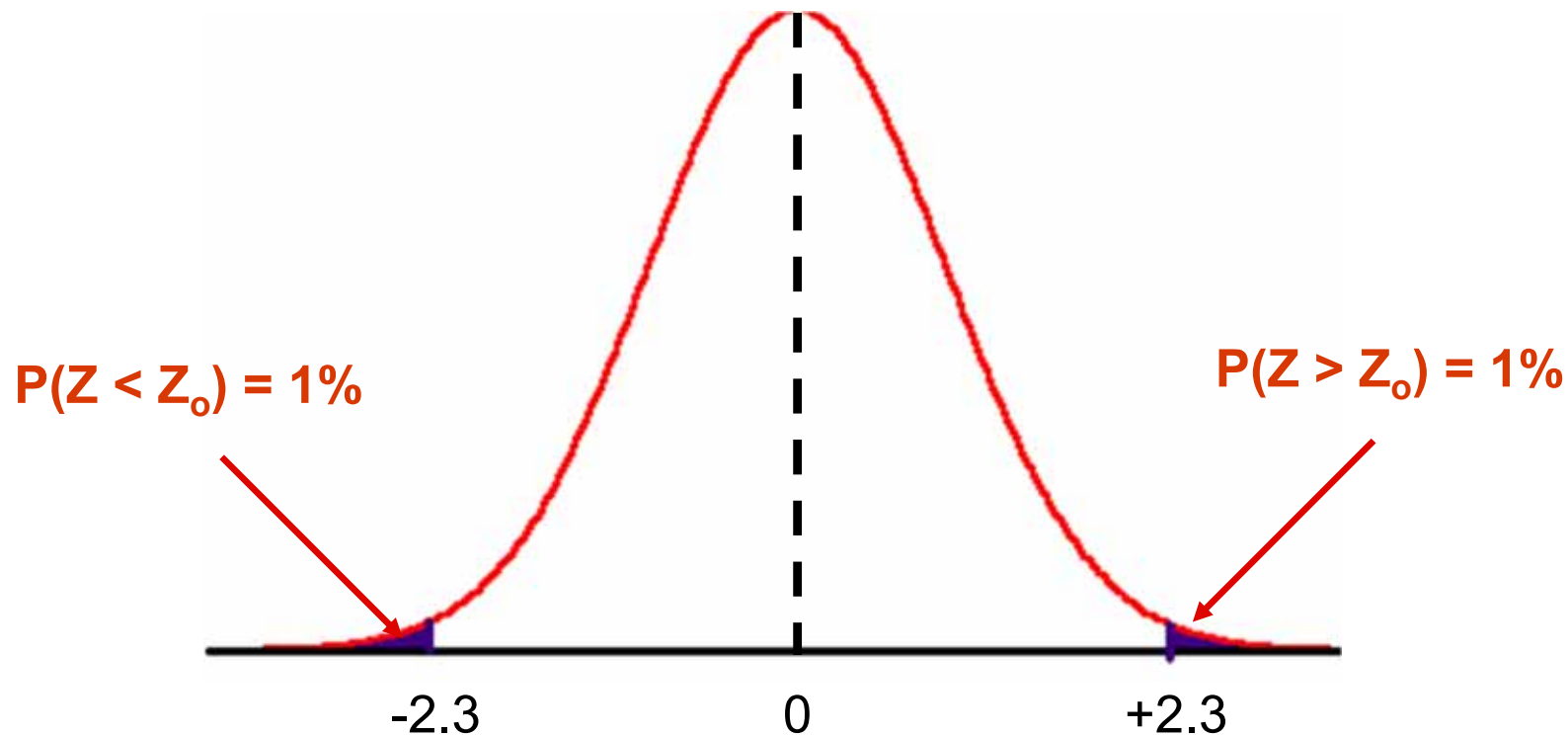
$$Z = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}}$$

# Densité de probabilité de loi normale centrée réduite $N(0,1)$

Exemple 2 :  $Z_o = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}} = 2.3$

$P(Z > |Z_o|)$  sous  $H_0 = 2\%$

(degré de signification,  $P$ -value)



Abscisses : valeurs possibles de  $Z$  sous  $H_0$  ( $\mu_1 = \mu_2$ )

$$Z = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}}$$

# Confronter les observations à ce qui était attendu sous $H_0$

Si la probabilité d'observer une valeur de  $Z$  plus grande que  $|Z_0|$  sous l'hypothèse nulle  $H_0$  est faible (i.e.,  $P(Z > |Z_0|)$  sous  $H_0$  est faible) , 2 explications sont possibles :

- Soit :  $H_0$  est vraie et la valeur « excentrique » de  $Z_0$  résulte des fluctuations d'échantillonnage de  $m_1$  et/ou de  $m_2$
- Soit :  $H_0$  est fausse et  $H_1$  est vraie

En-deçà d'un seuil (correspondant à une probabilité  $P(Z > |Z_0|)$  sous  $H_0$  jugée suffisamment faible), on conclura que  $H_0$  est fausse plutôt que d'admettre qu'il s'agit d'une observation de  $H_0$ .

# Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous  $H_0$
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous  $H_0$
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure**
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification ( $P$ -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

# Se fixer une règle de décision

Fixer *a priori* un seuil alpha suffisamment petit :

- au dessous duquel, on rejette l'hypothèse nulle  $H_0$  ( $\mu_1 = \mu_2$ ) et on accepte l'hypothèse alternative  $H_1$  ( $\mu_1 \neq \mu_2$ )

$P(Z > |Z_0|)$  sous  $H_0 < \alpha \rightarrow$  rejet de  $H_0$  et acceptation de  $H_1$

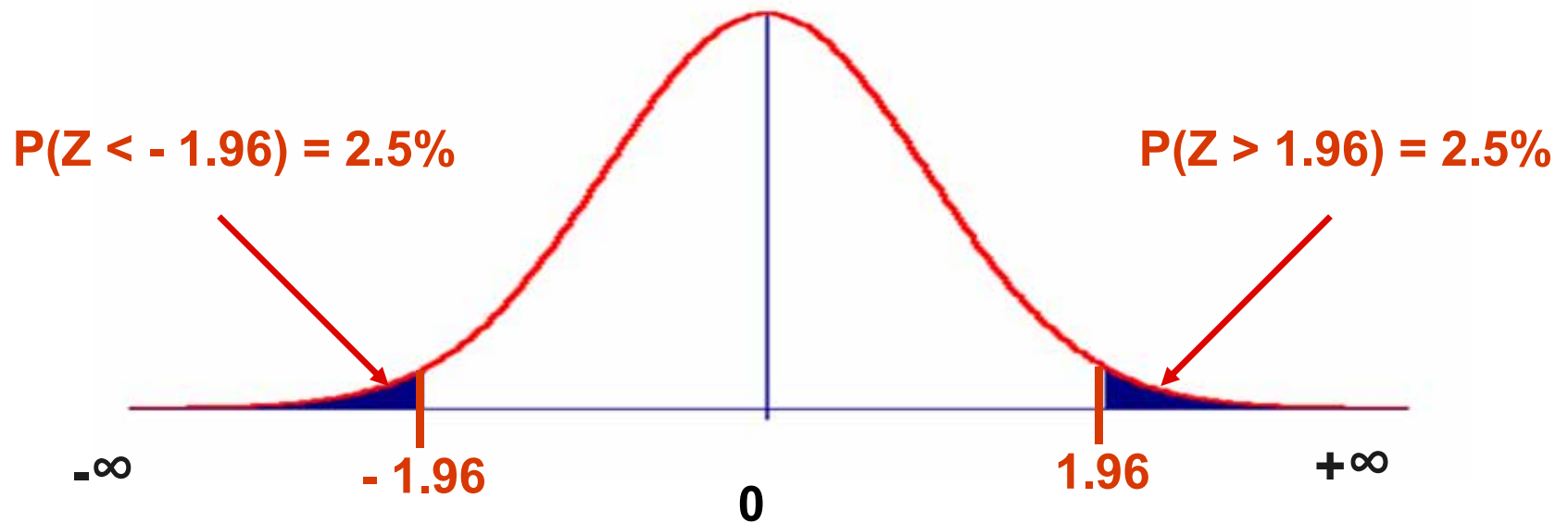
- au dessus duquel, on ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle  $H_0$  ( $\mu_1 = \mu_2$ )

$P(Z > |Z_0|)$  sous  $H_0 \geq \alpha \rightarrow$  non-rejet de  $H_0$

Classiquement :  $\alpha = 0.05$  en santé et biologie

# Densité de probabilité de loi normale centrée réduite $N(0,1)$

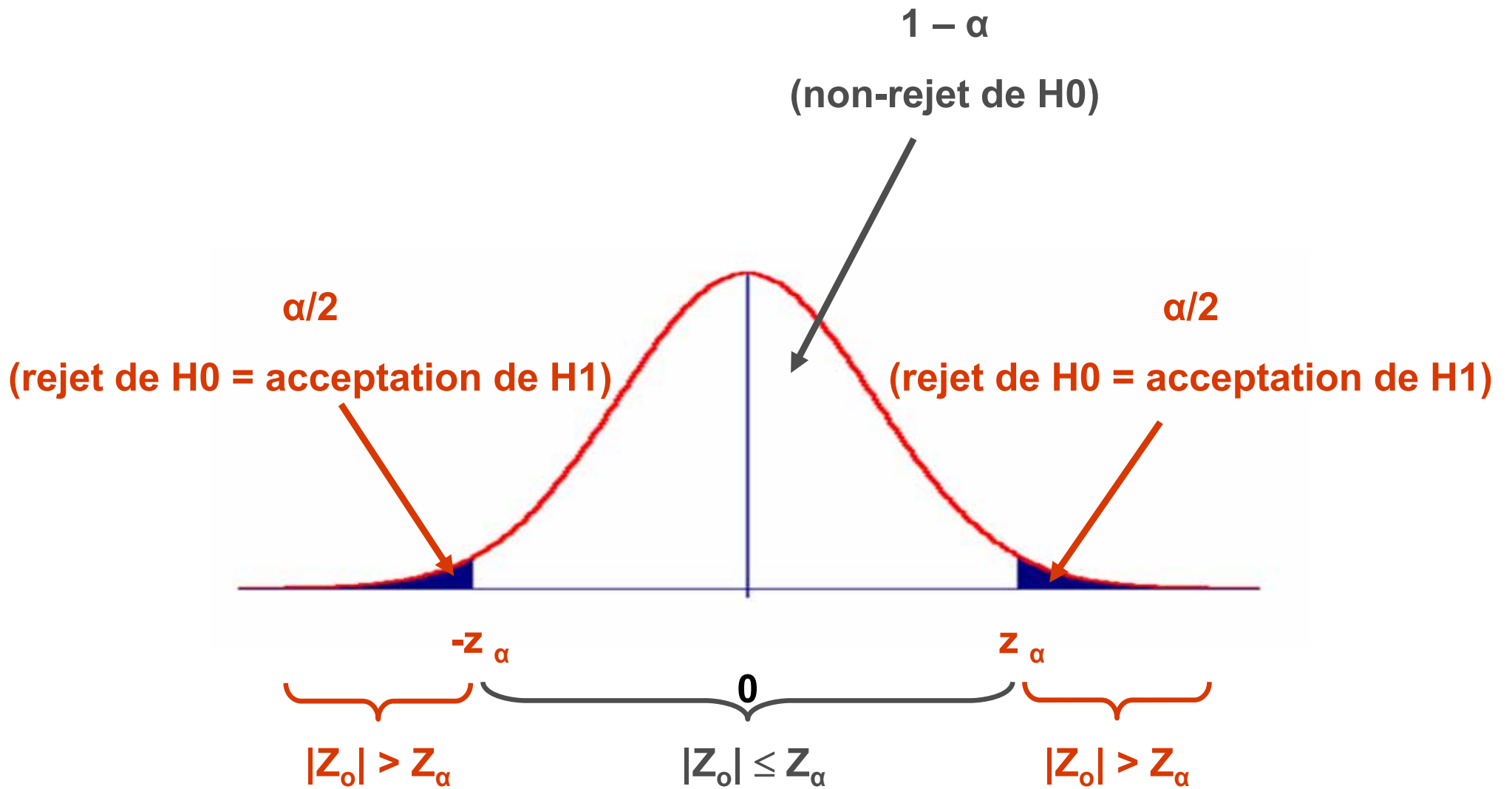
$$\alpha = 5\% (0.05) \rightarrow |Z_\alpha| = 1.96$$



Abscisses : valeurs possibles de  $Z$  sous  $H_0$  ( $\mu_1 = \mu_2$ )

$$Z = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}}$$

$Z_\alpha$  = valeur de  $Z$  pour le risque  $\alpha$



Abcisses : valeurs possibles de  $Z$  sous  $H_0$  ( $\mu_1 = \mu_2$ )

$$Z = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}}$$

$Z_o$  : valeur observée/calculée de  $Z$  sur l'échantillon

- **Z est la variable aléatoire**  $Z = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}}$

- **$Z_\alpha$  est une valeur particulière de la variable aléatoire Z telle que  $P(Z > Z_\alpha) = \alpha$**

( $Z_\alpha$  est la valeur de Z pour le risque  $\alpha$ )

(en santé et biologie,  $\alpha = 0.05$ )

- **$Z_o$  est une réalisation de la variable aléatoire Z**

( $Z_o$  est la valeur observée/calculée de Z sur l'échantillon dont on dispose)

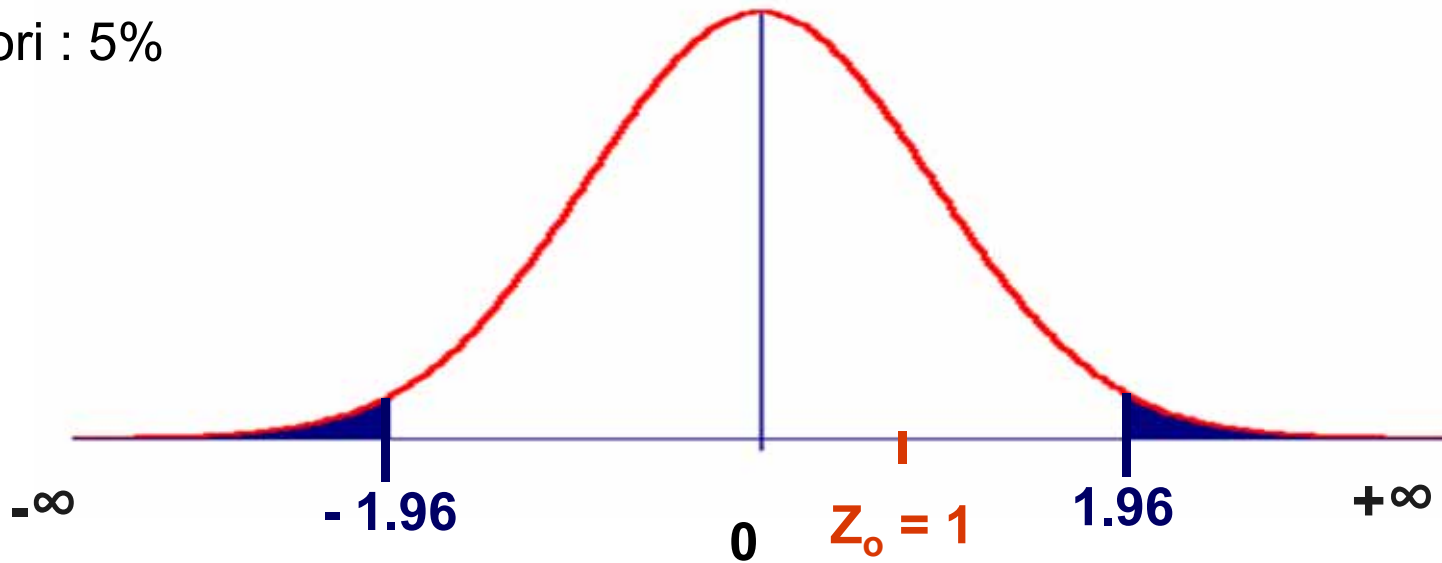


# Densité de probabilité de loi normale centrée réduite $N(0,1)$

**Exemple 1 :**  $Z_o = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}} = 1$

$P(Z > |Z_o|)$  sous  $H_0 = 30\%$   
(degré de signification,  $P$ -value)

$\alpha$  fixé a priori : 5%



Abcisses : valeurs possibles de  $Z$  sous  $H_0$  ( $\mu_1 = \mu_2$ )

$$\left. \begin{array}{l} |Z_o| < Z_\alpha \\ P(Z > |Z_o|) \geq \alpha \end{array} \right\} \text{Non-rejet de } H_0$$

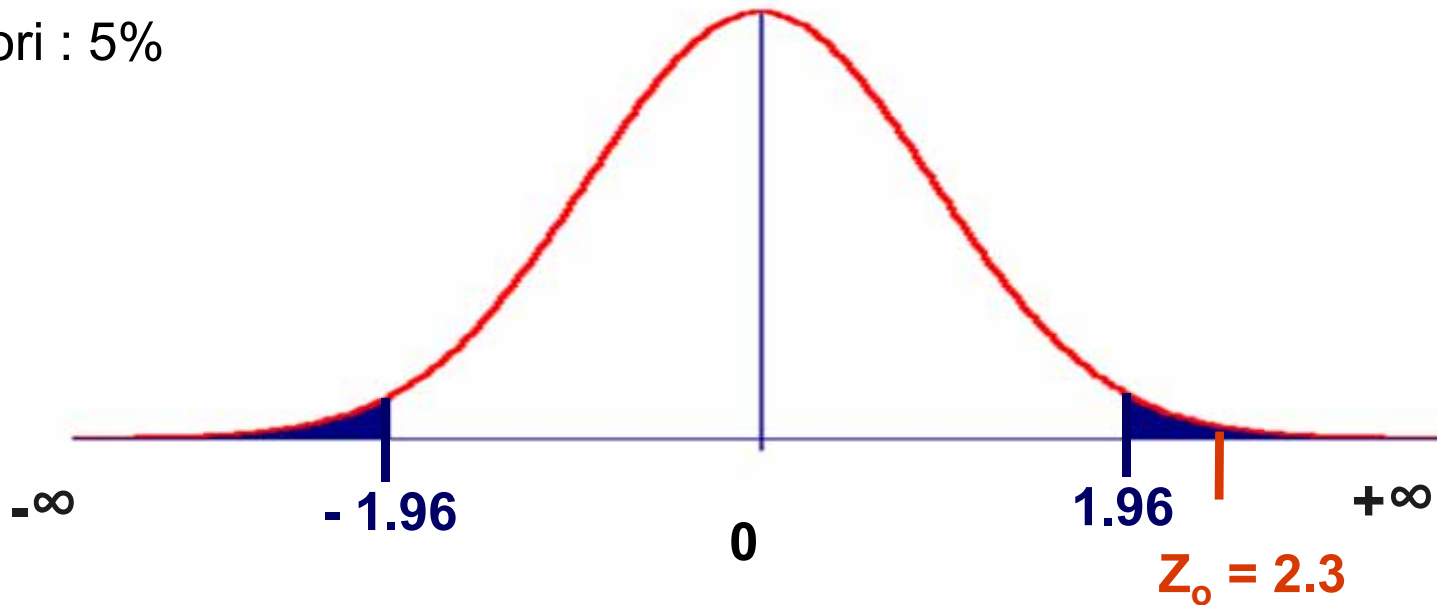
# Densité de probabilité de loi normale centrée réduite $N(0,1)$

**Exemple 2 :**  $Z_o = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}} = 2.3$

$P(Z > |Z_o|)$  sous  $H_0 = 2\%$

(degré de signification,  $P$ -value)

$\alpha$  fixé a priori : 5%



Abscisses : valeurs possibles de  $Z$  sous  $H_0$  ( $\mu_1 = \mu_2$ )

$\left. \begin{array}{l} |Z_o| > Z_\alpha \\ P(Z > |Z_o|) < \alpha \end{array} \right\}$  Rejet de  $H_0 \rightarrow$  acceptation de  $H_1$

# Conclure

- **Non-rejet de  $H_0$**

- On ne met pas en évidence de différence statistiquement significative pour le paramètre comparé entre les 2 échantillons ( $m_1$  et  $m_2$ )
- Cela ne permet pas de conclure à l'absence de différence pour le paramètre comparé entre les 2 populations ( $\mu_1$  et  $\mu_2$ )
- « absence of evidence is not evidence of absence »

- **Rejet de  $H_0$  → acceptation de  $H_1$**

- Il existe une différence statistiquement significative pour le paramètre comparé entre les 2 échantillons ( $m_1$  et  $m_2$ )
- On conclut que le paramètre diffère entre les 2 populations ( $\mu_1 \neq \mu_2$ ), avec un risque d'erreur  $\alpha$

# Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous  $H_0$
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous  $H_0$
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique**
- VIII. Risque alpha versus degré de signification ( $P$ -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

# Risque d'erreur de 1<sup>ère</sup> espèce : $\alpha$

## Sous $H_0$ :

Z peut prendre toutes les valeurs de R

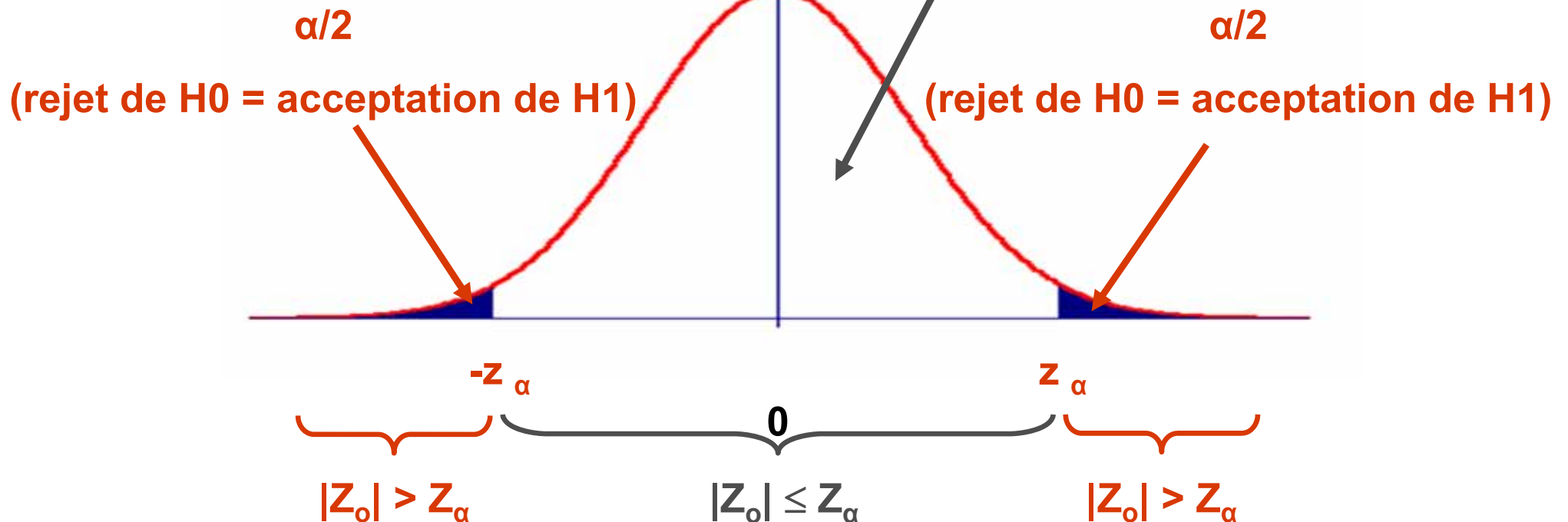
Chaque fois  $P(Z > |Z_o|) < \alpha$ , on rejette  $H_0$  (pourtant  $H_0$  est vraie)

$\alpha$  est la probabilité de rejeter à tort  $H_0$

(rejeter  $H_0$  alors que  $H_0$  est vraie)

$1 - \alpha$

(non-rejet de  $H_0$ )



Abscisses : valeurs possibles de Z sous  $H_0$  ( $\mu_1 = \mu_2$ )

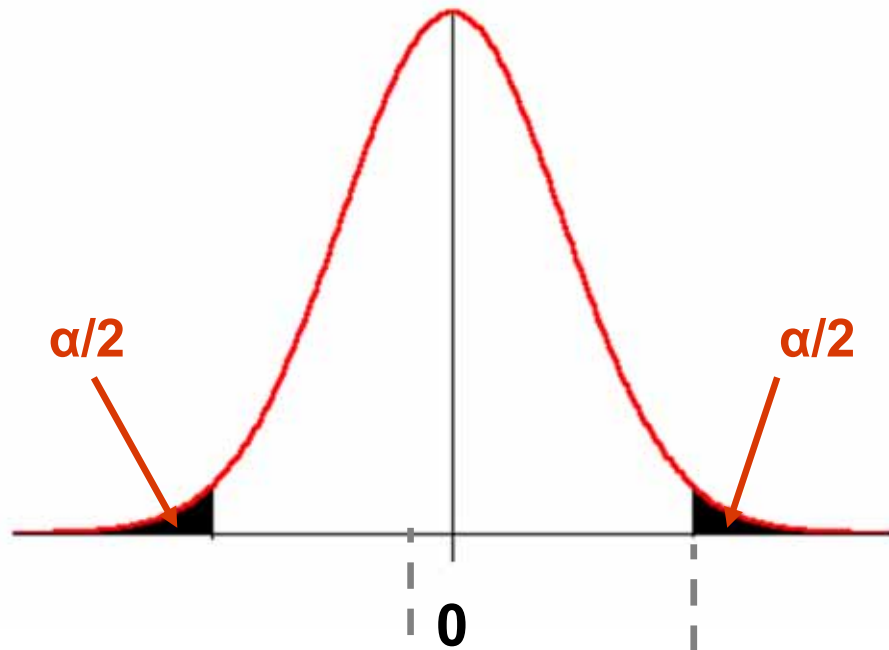
# Risques d'erreur en statistique

		Décision du statisticien (échantillon)	
		Rejet H0	Non-rejet H0
Réalité (population)	H0 vraie	Erreur 1 <sup>ère</sup> espèce $\alpha$	$1-\alpha$
	H1 vraie	Puissance $1-\beta$	Erreur 2 <sup>ème</sup> espèce $\beta$

$\alpha = 0,05$  (5%) fixé a priori (donc connu)

$\beta$  méconnu → le non-rejet de H0 ne permet pas de conclure que H0 est vrai (on ignore le risque  $\beta$  de ne pas rejeter à tort H0)

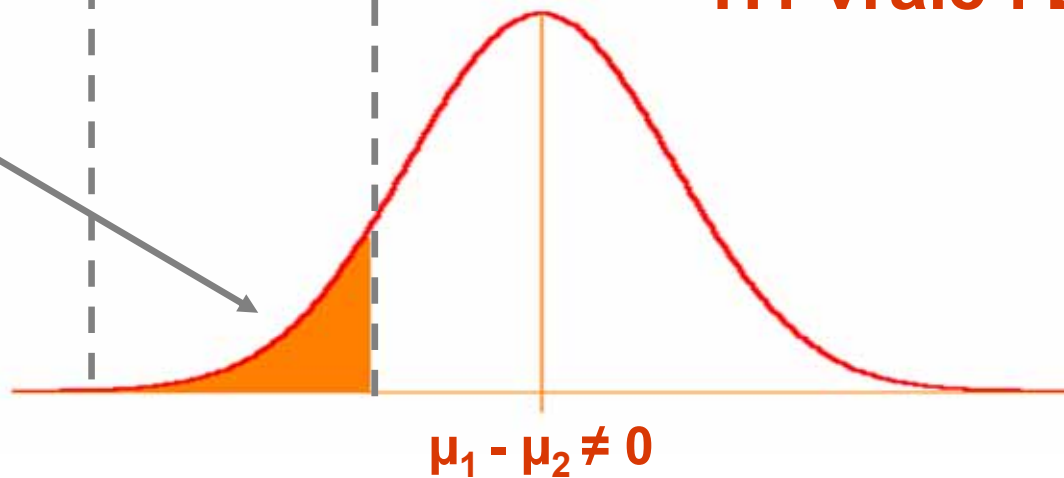
# Risque d'erreur de 2<sup>ème</sup> espèce : $\beta$



**H0 vraie :  $Z \rightarrow N(0, 1)$**

**alpha = P(rejet à tort H0) = 0,05**

**H1 vraie :  $Z \rightarrow N(?, ?)$**

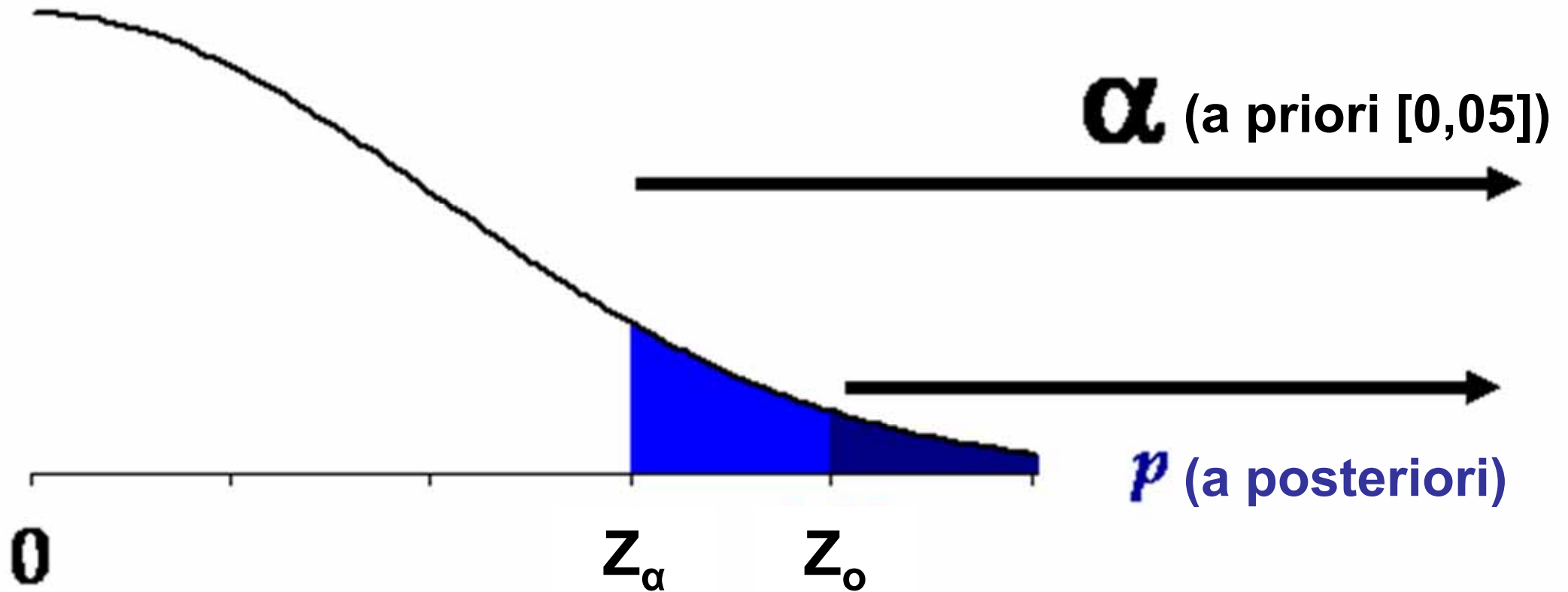


**beta = P(non rejet de H0 si H1 vrai) = ?**

# Plan

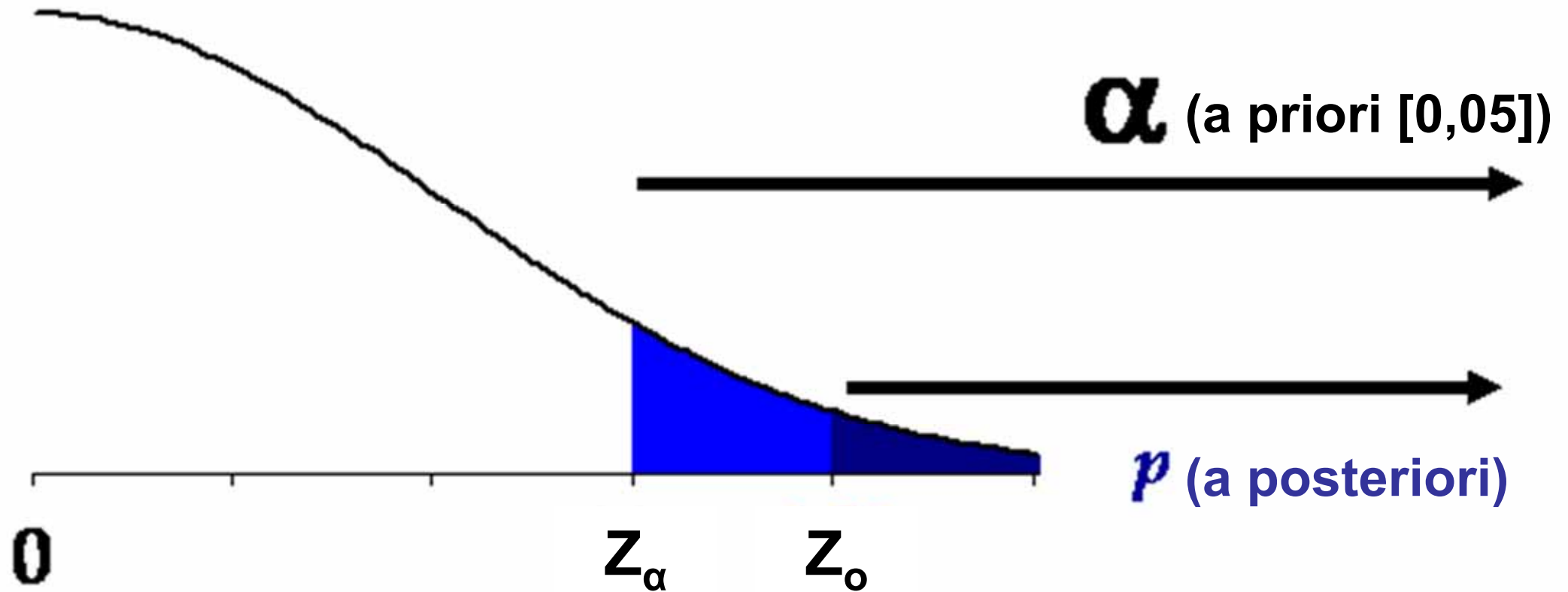
- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous  $H_0$
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous  $H_0$
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification ( $P$ -value)**
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité





## Risque $\alpha$

- **risque de rejeter à tort  $H_0$**  (risque de conclure à tort à une différence alors qu'elle n'existe pas dans la réalité).
- est fixé ***a priori*** (avant tout calcul)
- est fixé à **0.05** (5%) en santé et biologie



## Degré de signification (*P*-value)

- Probabilité d'observer une valeur de  $Z$  au moins aussi grande que  $Z_o$  sous l'hypothèse nulle  $H_0$
- est déterminé *a posteriori* (nécessite de calculer la valeur de  $Z_o$ )

# Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous  $H_0$
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous  $H_0$
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification ( $P$ -value)
- IX. Conditions d'application des tests**
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

# Conditions d'application des tests

- Les tests statistiques sont basés sur des lois de distribution théorique (loi normale, loi de Student, loi du  $X^2$ )
- Ces lois sont strictes et nécessitent la vérification de conditions d'application :
  - **Indépendance des observations**
  - Spécifiques à chaque test (Z, t,  $X^2$ ...)

# Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous  $H_0$
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous  $H_0$
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification ( $P$ -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. **Jugement de signification versus jugement de causalité**

# Signification statistique versus causalité

## 1. Jugement de signification statistique : test

- Conclure à une différence statistiquement significative d'un paramètre entre 2 groupes
- Mais ne permet pas de porter un jugement causal

Le pourcentage de cancer bronchique est significativement différent entre les hommes et les femmes (test statistique).

Mais il n'y a pas de relation de cause à effet entre le cancer bronchique et le fait d'être un homme ou une femme.

## 2. Jugement de causalité (cf épidémiologie)

- relation de cause à effet ?
- uniquement après rejet de l'hypothèse nulle  $H_0$
- nécessite de recourir à des arguments extérieurs à l'étude

# A retenir

- Démarche générale d'un test statistique
- Formulation des hypothèses  $H_0$  et  $H_1$
- Risques d'erreur en statistique
- Notion de degré de signification

# Références

- Bouyer J. Méthodes statistiques. Médecine – Biologie. Paris: Estem, Editions INSERM, 2000
- Beuscart R et col. Biostatistique. Licence PCEM/PCEP. Paris : Omniscience, 2009.



# Mentions légales

L'ensemble de ce document relève des législations française et internationale sur le droit d'auteur et la propriété intellectuelle. Tous les droits de reproduction de tout ou partie sont réservés pour les textes ainsi que pour l'ensemble des documents iconographiques, photographiques, vidéos et sonores.

Ce document est interdit à la vente ou à la location. Sa diffusion, duplication, mise à disposition du public (sous quelque forme ou support que ce soit), mise en réseau, partielles ou totales, sont strictement réservées à l'université Joseph Fourier de Grenoble.

L'utilisation de ce document est strictement réservée à l'usage privé des étudiants inscrits en 1<sup>ère</sup> année de Médecine ou de Pharmacie de l'Université Joseph Fourier de Grenoble, et non destinée à une utilisation collective, gratuite ou payante.