Med@TICE
Université Joseph Fourier Grenoble 1
ETUDES DE SANTÉ
Première Année Commune

www.medatice-grenoble.fr

UE 3-1 : Physique

Chapitre 3 :
Courants électriques

Professeur Eva PEBAY-PEYROULA

Année universitaire 2011/2012

III - Courants électriques

Finalité du chapitre

- Après avoir vu l'existence des charges et les actions qu'elles provoquent, ce chapitre s'intéresse aux mouvements des charges. Nous décrirons dans un premier le courant électrique au niveau des particules élémentaires, les électrons, responsables de ce courant dans un matériau conducteur.
- Nous définirons des grandeurs permettant de décrire les propriétés des circuits électriques (courant, tension, résistance), ou des solutions d'ions.
- Nous expliciterons les relations entre tension et courant dans le cas de circuits simples.

Plan

Remarque sur la notation :

Dans ce chapitre, la lettre « v » est utilisée 3 fois :

- v : vitesse
- V : potentiel électrostatique
- V : volume

III - Courants électriques
Exemples d'application

- Beaucoup de phénomènes dans le vivant sont basés sur des mouvements de charges électriques:
- **Influx nerveux**: phénomène électrique au niveau de cellules excitables (neurones), phénomènes de dépolarisation suivi d'une repolarisation, font intervenir des ouvertures et fermetures de canaux ioniques dans les membranes

- **Dans les mitochondries** le flux de protons qui entrent par la membrane interne permet la synthèse de l'ATP

- **Techniques d'analyse des protéines** : les protéines sont chargées et soumises à un champ électrique pour les faire migrer, cette migration dépend de leur taille

III - Courants électriques

1. Le courant électrique

Courant associé à un déplacement de particules chargées :

Électrons dans un conducteur
Électrons, protons ou ions accélérés par des champs électriques et circulant dans des tubes à vide
Déplacement d'ions lors d'une électrolyse

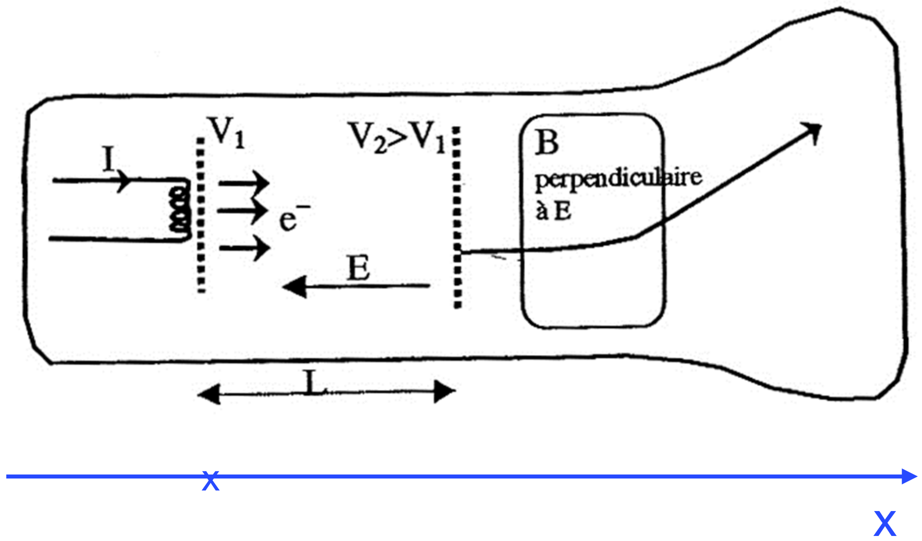
Mise en mouvement des charges: champ électrique $\vec{F} = q\vec{E}$

Modification de trajectoire (courbure): champ magnétique $\vec{F}_m = q\ \vec{v} \times \vec{B}$

III - Courants électriques

1. Le courant électrique

Exemple : le tube cathodique

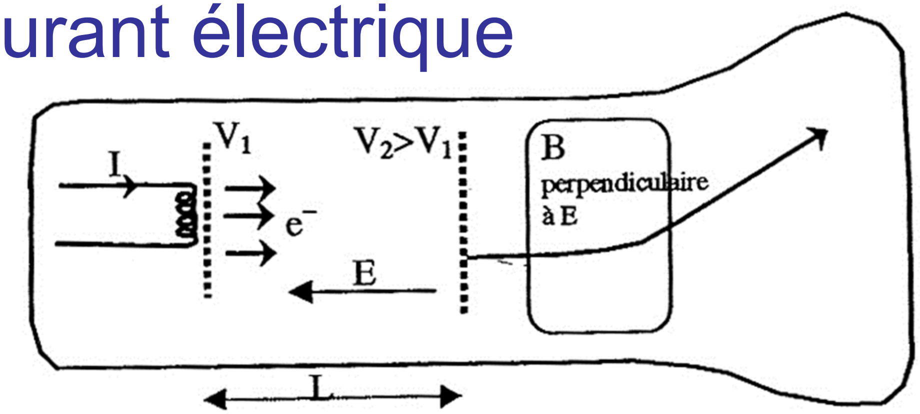


Les électrons sont extraits du filament par chauffage, accélérés par champ électrique uniforme suivant Ox, déviés par champ magnétique

III - Courants électriques

1. Le courant électrique

Exemple : le tube cathodique



Relation fondamentale de la dynamique entre les 2 plaques:
Masse x accélération = somme des forces appliquées = force électrique

m γ = qE or γ = dv/dt d'où en intégrant par rapport au temps: $v = \frac{qE}{m}t$

or v =dx/dt donc en intégrant une 2ème fois par rapport au temps: $x = \frac{qE}{2m}t^2 \quad avec \quad q = -e$

Pour les 2 intégrations, les conditions aux limites (x(t) et v(t) sont nuls à x=0 et t=0) permettent de déterminer les constantes

Autre façon de traiter le problème: considérer la conservation de l'énergie entre x=0 et x=L

$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$ d'où $\Delta E_c = - \Delta E_p$ (transformation de E_p en E_c)

Ep = qV = -eV d'où $1/2\ mv^2 = q(V_1 - V_2) = e(V_2 - V_1)$

Ensuite, sous l'effet du champ magnétique, on peut montrer que la trajectoire est circulaire, avec rayon de courbure: R= mv/eB (v vitesse des électrons en sortie de la plaque V_2)

III - Courants électriques

2. Intensité et densité de courant

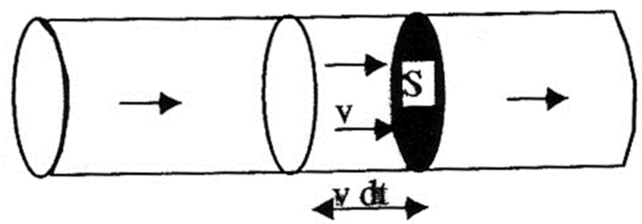
Intensité $I = dQ/dt$ Ampère (A)

Quantité de charge Q (C) qui traverse la surface S par unité de temps

surface S perpendiculaire à la vitesse des charges
Densité de courant: intensité électrique par unité de surface

$I = j\, S$

Par unité de volume n porteurs de charges q
Pendant dt: les charges traversant S sont celles contenues dans un cylindre de longueur v dt
Le volume de ce cylindre est S v dt, le nombre de charges dans le cylindre est donc: n S v dt
D'où:
Charge totale: $dQ = n\,(S\,v\,dt)\,q$
Courant: $I = dQ/dt = n\,S\,v\,q$
Densité de courant: $j = I/S = n\,v\,q$

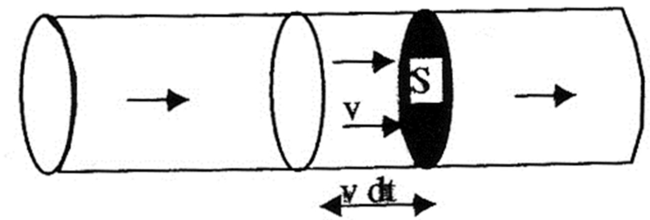


III - Courants électriques

2. Intensité et densité de courant

En réalité j est un vecteur, direction: vitesse des charges

$$\vec{j} = nq\,\vec{v}$$



$\vec{dS}$ vecteur perpendiculaire à l'élément de surface

Courant à travers un élément de surface dS: $dI = \vec{j}.\overrightarrow{dS}$

Si plusieurs types de charges q_i avec vitesse v_i: $\vec{j} = \sum_i n_i q_i\,\vec{v}_i$

Convention :
sens du courant électrique = sens de déplacement des charges positives
Donc électrons en sens inverse du courant

III - Courants électriques

3. Courant électrique dans les conducteurs

Isolant : exemple quartz constitué de molécules de silice
Non ionisées, pas de charges libres

Conducteur: exemple cuivre, quelques ions positifs et électrons libres, les électrons se déplacent de façon aléatoire dans le matériau

Avec $\vec{E}$: force électrique $\vec{F} = q\,\vec{E}$

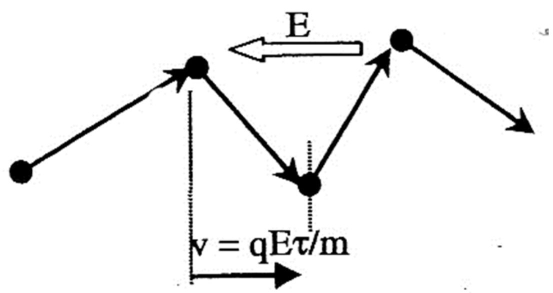
Mouvement d'ensemble des électrons, dans le sens contraire à E (q=-e <0)

III - Courants électriques

3. Courant électrique dans les conducteurs

Mouvement des électrons dans le matériau: se heurtent aux atomes de Cu (réseau cristallin)

À chaque choc: perte d'énergie



Milieu homogène

τ intervalle de temps moyen entre 2 chocs

vitesse moyenne dans la direction du champ électrique = vitesse de dérive

La vitesse de dérive est la vitesse limite atteinte par la particule sous l'effet d'une force qui l'accélère et d'une force de freinage (due aux chocs) qui la freine. À l'équilibre les 2 forces s'annulent et: $m\vec{\gamma} = q\vec{E} - f\vec{v} = 0$ d'où $\vec{v} = q/f\,\vec{E}$ donc $\vec{v}$ est proportionnelle à $\vec{E}$, on peut montrer que la vitesse se met sous la forme:

$$\vec{v} = \frac{q\tau}{m}\vec{E} \qquad donc \qquad \vec{v} = \mu\vec{E} \qquad avec \quad \mu = \frac{q\tau}{m}$$

mobilité des porteurs de charges (électrons libres)

III - Courants électriques

4. Conductivité et Résistivité

Porteurs de charges identiques: $\vec{j} = nq\vec{v}$

or $\vec{v} = \dfrac{q\tau}{m}\vec{E}$

D'où loi d'Ohm locale: $\vec{j} = \gamma \vec{E}$

avec $\gamma = \dfrac{nq^2\tau}{m}$ conductivité du matériau (Ωm)-1

Généralisation: matériau avec plusieurs types de porteurs de charges

$$\gamma = \sum_i \frac{n_i {q_i}^2 \tau_i}{m_i}$$

Résistivité: inverse de la conductivité:

$\rho = 1/\gamma$ en Ωm

j densité de courant
q charge électrique des porteurs de charge
n nombre de porteurs par unité de volume
$\vec{v}$ vitesse des particules chargées
τ temps moyen entre 2 chocs
m masse des particules
$\vec{E}$ champ électrique appliqué au conducteur

III - Courants électriques
4. Conductivité et Résistivité

Matériau	Résistivité (Ωm)	Type
Plomb	0 pour T<7K	supraconducteur
	à 20°C	
Cuivre	1,7 10^{-8}	conducteur
Silicium	2300	semi-conducteur
Verre	10^{10} - 10^{14}	isolant
Membrane lipide	1,6 10^{7}	

Variation avec T:
ρ *augmente avec T pour conducteurs*
ρ *diminue quand T augmente pour isolants*

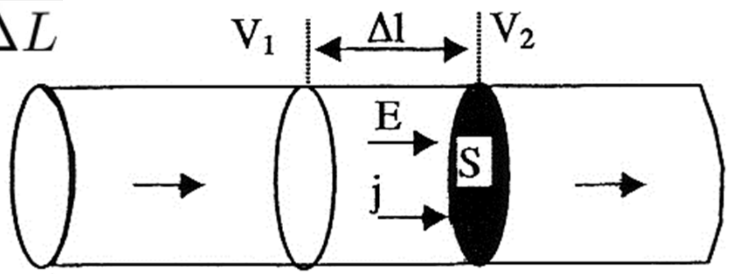
III - Courants électriques
5. Loi d'Ohm - résistance électrique

Cylindre filiforme

Champ E du à la différence de potentiel $\Delta V = V_2 - V_1$

Mouvement de charges:

$$I = jS \quad avec \quad j = \frac{E}{\rho} \quad et \quad E = \frac{\Delta V}{\Delta L}$$



D'où $I = \dfrac{S}{\rho \Delta L} \Delta V$

D'où $\Delta V = RI \quad avec \quad R = \dfrac{\rho L}{S}$

R résistance en Ohm (Ω), expression pour conducteur cylindrique S, L

Remarque:
La résistivité ρ est une propriété du matériau
La résistance R est une propriété d'un morceau de matériau (ici une portion de fil cylindrique)

III - Courants électriques

6. Effet Joule - Dissipation d'énergie

Chocs $\Longleftrightarrow$ frottements $\Longleftrightarrow$ dissipation d'énergie

$\Longleftrightarrow$ échauffement : Effet Joule

Puissance dissipée : P = force de frottement x vitesse

Or à l'équilibre, force de frottement=force électrique= qE=mv/τ

Pour 1 charge: $P = \frac{mv}{\tau} v$

$$avec \quad \vec{v} = \frac{q\tau}{m}\vec{E} \quad donc \quad P = \frac{q^2\tau}{m}E^2$$

Pour l'ensemble des charges dans le volume **V** , le nombre de charge est n**V**

D'où $P = \frac{n\mathbf{V}q^2\tau}{m}E^2 \quad or \quad \gamma = \frac{nq^2\tau}{m}$

Puissance dissipée par unité de volume: $\frac{P}{\mathbf{V}} = \gamma E^2 \quad = \frac{j^2}{\gamma} = \rho j^2$

Puissance dissipée par effet Joule dans le cylindre de volume **V** = S L:

$P = \rho S L j^2 = \rho S L \frac{I^2}{S^2}$ d'où $P = RI^2 = \Delta V \; I = \frac{(\Delta V)^2}{R}$

ATTENTION ici la lettre v apparaît 3 fois: v vitesse, V potentiel, **V** volume

III - Courants électriques

7. Courant dans un électrolyte

Liquides avec dissociation partielle ou totale des molécules:
ions > et <0

exemple:	$H_2O \longrightarrow$	$H^+ + OH^-$
	$HCl \longrightarrow$	$H^+ + Cl^-$
	$H_2SO_4 \longrightarrow$	$2\ H^+ + SO_4^{2-}$

électrolyte globalement neutre

coefficient de dissociation α = nbre de mol. dissociées/ nbre total de mol.

électrolyte fort: α=1 (sels, bases et acides forts)

électrolyte faible: α <1 (sels, bases et acides organiques)

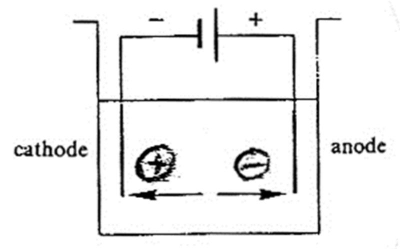
III - Courants électriques
7. Courant dans un électrolyte

n_0 molécules A_xB_y en solution par unité de volume: x ions A^{q+} et y ions B^{q-}

Densité volumique de porteurs: $n_+ = x\,\alpha\,n_0$ et $n_- = y\,\alpha\,n_0$

Neutralité globale: $x|q^+| = y|q^-|$

Densité volumique de charge: $n_+|q^+| = n_-|q^-|$



Champ électrique: déplacement d'ions, ions - vers anode, ions + vers cathode

Courant électrique de densité: $\vec{j} = \left(n_+q^+\mu_+ + n_-q^-\mu_-\right)\vec{E} = \gamma\vec{E}$

Remarques:

- $q^+\,\mu_+$ et $q^-\,\mu_-$ sont >0
- mobilités des ions dépend de leur masse, ions sphériques: μ prop. à $m^{-1/3}$

Pour Na^+, Cl^- : $\mu \sim 10^{-8}$ SI, hémoglobine: $\sim 10^{-9}$ SI

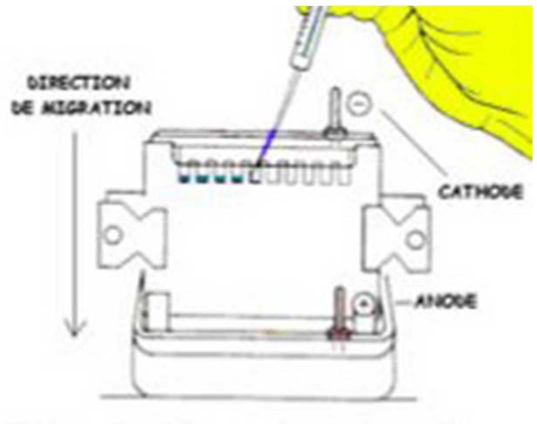
III - Courants électriques

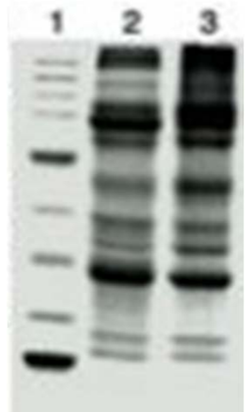
7. Courant dans un électrolyte

Exemple: électrophorèse

Identification des protéines contenues dans une solution

Migration des grosses molécules plus lentes que les petites





1: marqueurs (protéines de masse connue
2 et 3: extrait cellulaire

III - Courants électriques

8. Courants continus

Générateur: maintenir une différence de potentiel (ddp) cte entre ses bornes

La ddp est la force électromotrice fem du générateur

Exemple : pile électrique, accumulateur,…

Récepteur: consomme de l'énergie, chute de potentiel, force contre-électromotrice fcem
Pour fonctionner: récepteur doit être alimenté par générateur fem>fcem

Exemple: moteur

Rque: générateur et récepteur ont une résistance interne r

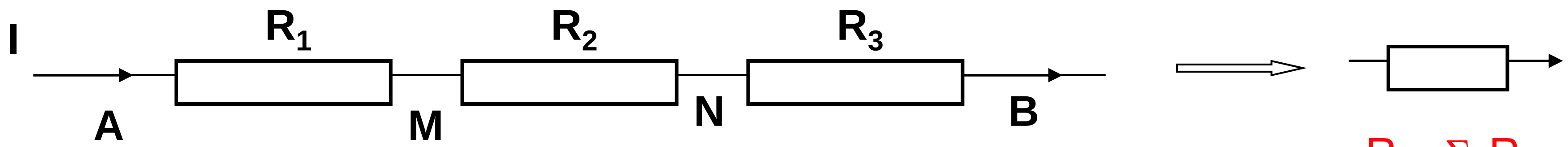
III - Courants électriques

8. Courants continus

Association de résistances

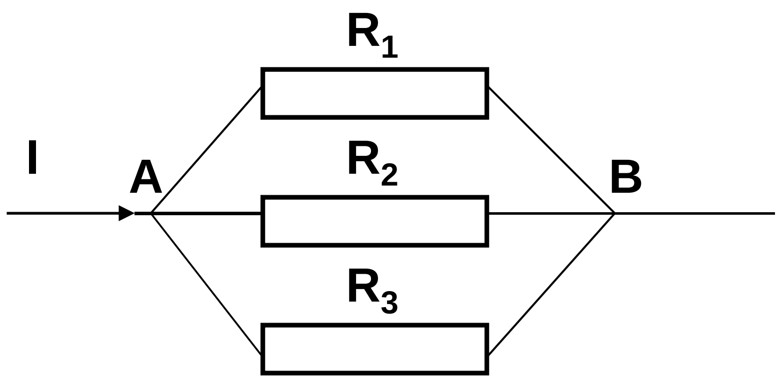
En série: même courant

$$V_A - V_B = (V_A - V_M) + (V_M - V_N) + (V_N - V_B) = R_1 I + R_2 I + R_3 I = R I$$



$R = \Sigma_i R_i$

En parallèle: même ddp V_A-V_B aux bornes de chaque résistance



Résistance R_i traversée par le courant

$$I_i = \frac{V_A - V_B}{R_i}$$

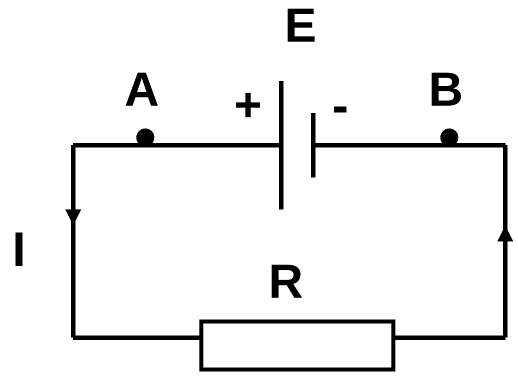
$$I = \sum_i I_i \quad donc \quad \sum_i \frac{V_A - V_B}{R_i} = \frac{V_A - V_B}{R}$$

$$\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

III - Courants électriques

8. Courants continus

Exemple de circuit



I = E/R

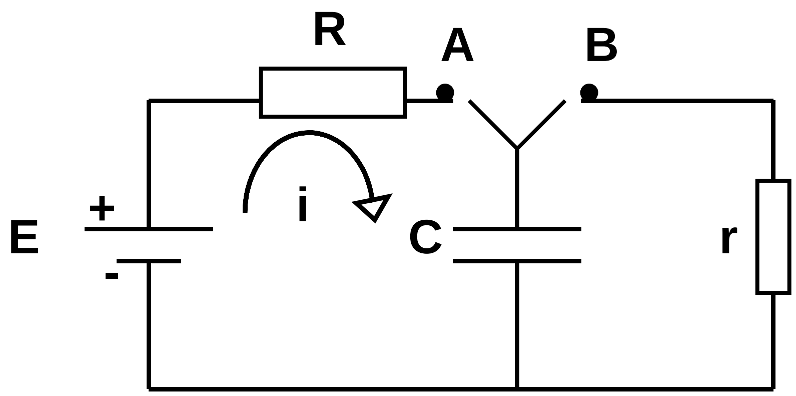
III - Courants électriques

9. Courants variables

Condensateur: capacité C chargé sous ddp V
charge Q sur les armatures avec Q= CV

Si pendant dt, la ddp varie de dV, alors la charge varie de dQ avec dQ = C dV
D'où un passage de courant $i = dQ/dt$

Charge d'un condensateur



t = 0, Q =0

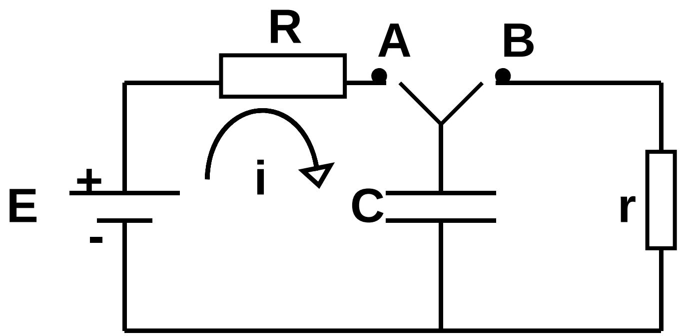
On bascule l'interrupteur en A,
C se charge à travers R:

$$E = Ri + \frac{Q}{C} = R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C}$$

D'où $Q(t) = CE\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

III - Courants électriques

9. Courants variables



$Q(t) = CE\,(1- e^{-t/RC})$

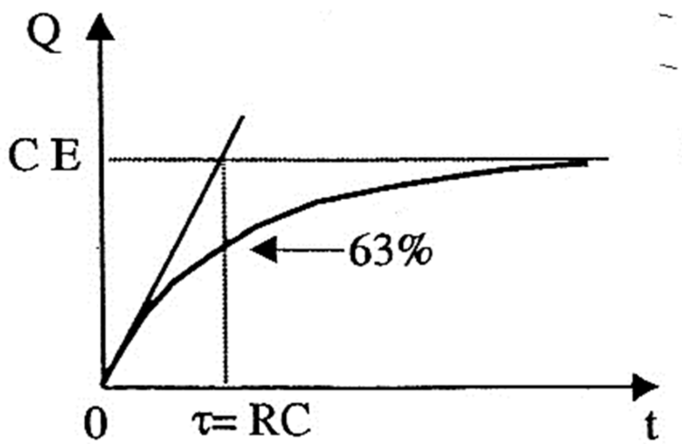
$\tau = RC$

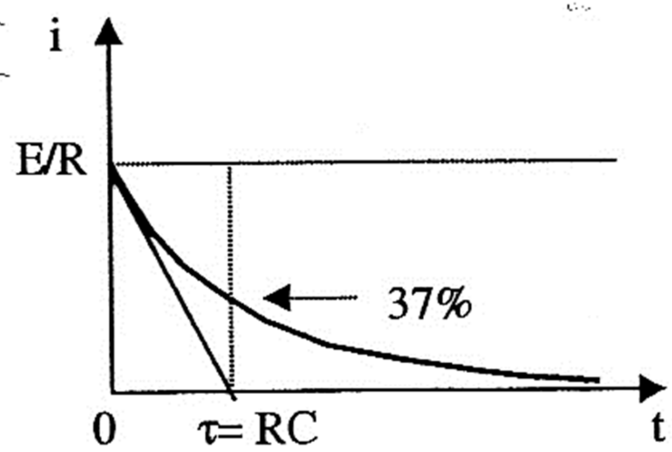
rapidité avec laquelle le condensateur se charge

Constante de temps du circuit

$t = \tau$ alors $Q = 63\%$ du max (= CE)

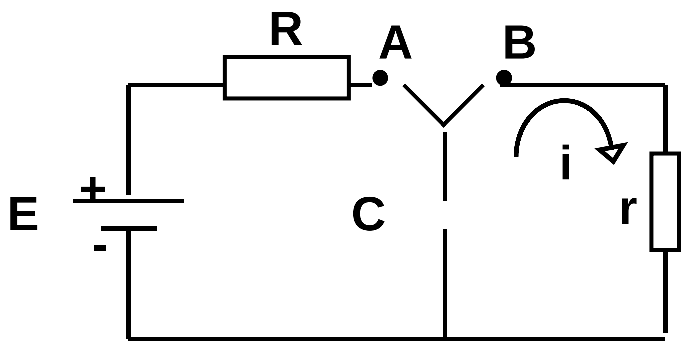
$$V(t) = \frac{Q(t)}{C} = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad et \quad i(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$





III - Courants électriques

9. Courants variables



décharge du condensateur

T=0, Q =Q_0

On bascule l'interrupteur en B, le condensateur de décharge à travers r

$$ri = \frac{Q}{C} \quad avec \quad i = -\frac{dQ}{dt} \quad donc \quad r\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

D'où Q(t) = Q_0 $e^{-t/rC}$

τ = rC

rapidité avec laquelle le condensateur se décharge

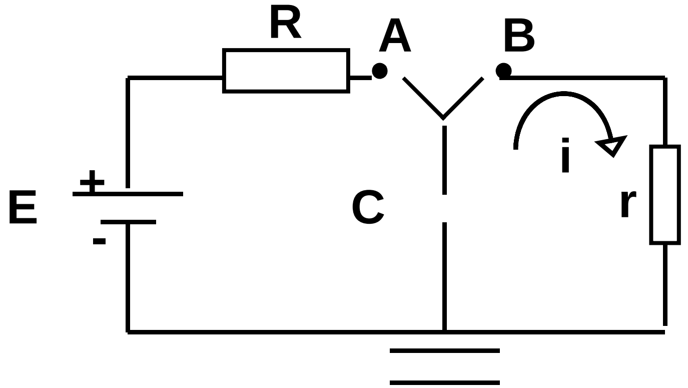
Constante de temps du circuit de décharge

t =τ alors il ne reste que 37% de Q_0

ATTENTION ici le condensateur se décharge, le nombre de charge diminue en fonction du temps, l'intensité du courant qui est une quantité positive est donc égale à -dQ/dt (au lieu de dQ/dt dans le cas où le condensateur se charge).

III - Courants électriques

9. Courants variables



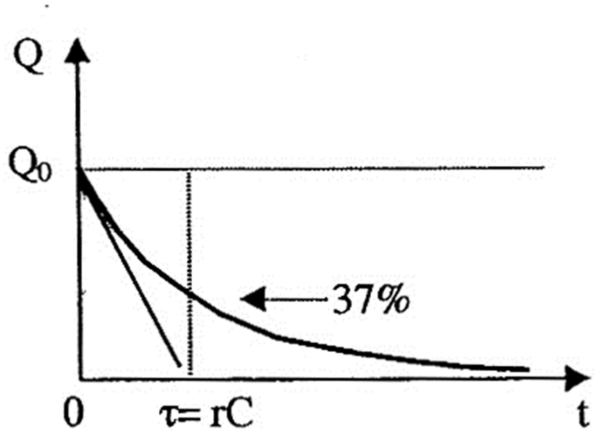
décharge du condensateur

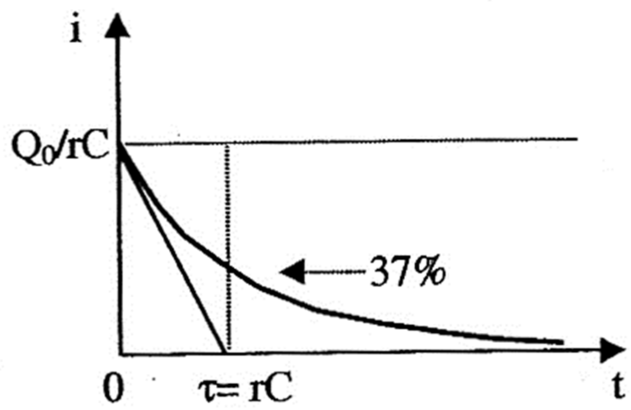
$$V\left(t\right)=\frac{Q\left(t\right)}{C}=\frac{Q_0}{C}e^{-\frac{t}{rC}}$$

V tend vers 0

$$i\left(t\right)=-\frac{dQ}{dt}=\frac{Q_0}{rC}\,e^{-\frac{t}{rC}}$$

i s'annule quand le condensateur est déchargé





III - Courants électriques

10. Courants alternatifs

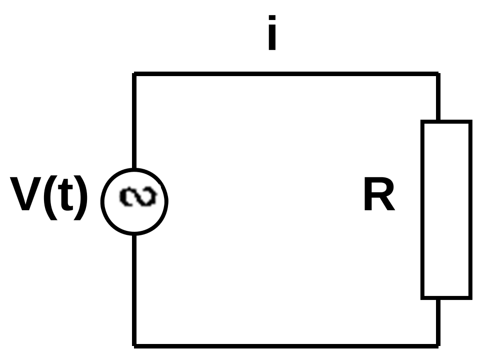
Courant délivré par un générateur dont la fem varie en sinus

Cas du réseau d'électricité domestique:

$V_{eff} = 220$ V   et $f = 50$ Hz ($T = 1/f = 0{,}02$ s)

$V(t) = V_0 \sin \omega t$ avec $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ et $V_0 = V_{eff} \sqrt{2}$

Alimentation d'une résistance:
Courant i(t) sinusoïdal est en phase avec la tension V(t):



$V(t) = R\, i(t)$ $i(t) = (V_0/R) \sin \omega t = I_0 \sin \omega t$

$V_0 = R\, I_0$

La puissance dissipée par effet Joule: $P(t) = R\, i^2 = (V_0^2/R) \sin^2 \omega t$

III - Courants électriques

10. Courants alternatifs

Valeurs efficaces

Puissance dissipée >0, varie avec t

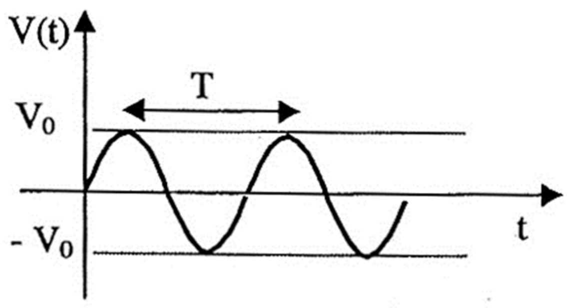
Puissance moyenne: puissance constante qui pendant le même temps conduirait à la même dissipation d'énergie que la puissance réelle

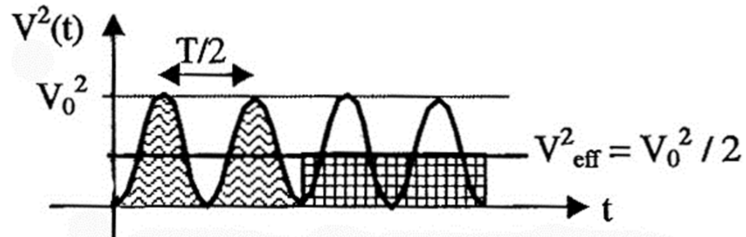
$$P_{moyen} = \frac{\int_0^T P dt}{T} = \frac{\int_0^T RI_0^2 sin^2 \omega t \, dt}{T}$$

$$or \int_0^T sin^2 \omega t dt = \int_0^T \frac{1 - cos\ 2\omega t}{2} dt = \left[\frac{t}{2}\right]_0^T + \left[-\frac{sin\ 2\omega t}{4\omega}\right]_0^T = \frac{T}{2} + 0 \qquad \boxed{donc \quad P_{moyen} = \frac{RI_O^2}{2}}$$

D'où la notion des courant et tension efficaces

$P_{moy} = R\ I_{eff}^2 = V_{eff}^2 /R$ d'où $V_{eff} = V_0/\sqrt{2}$ et $I_{eff} = I_0/\sqrt{2}$



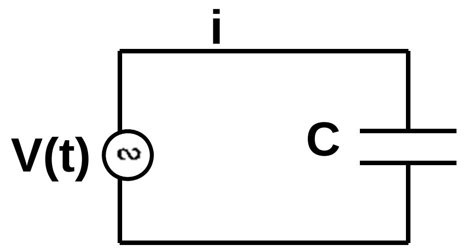


S du rectangle = S sous la fonction sin^2

III - Courants électriques

10. Courants alternatifs

Alimentation d'un condensateur C

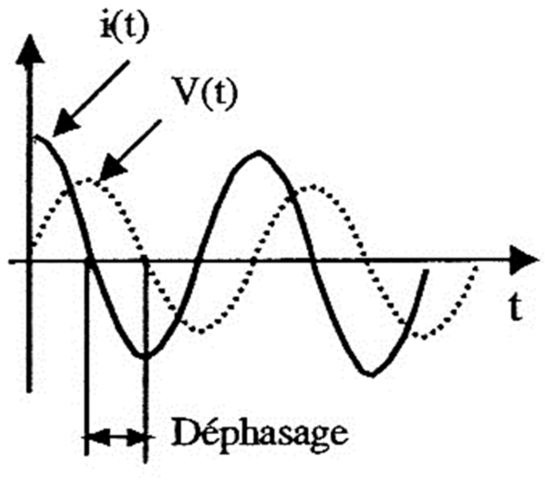


$Q(t) = C\,V(t) = C\,V_0 \sin \omega t$

or $I(t) = dQ(t)/dt = C\,V_0\,\omega \cos\omega t$ donc $I(t) = I_0 \cos \omega t = I_0 \sin (\omega t + \pi/2)$

avec $I_0 = V_0\,C\,\omega$ d'où $V_0 = I_0 / C\omega$

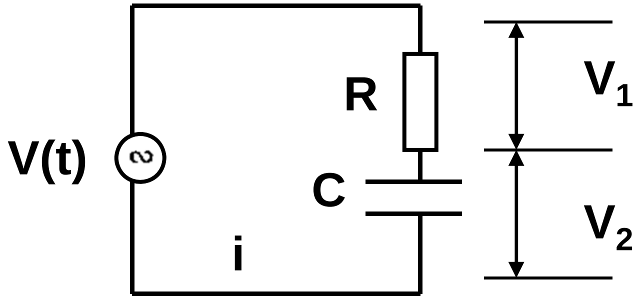
À travers un condensateur, le courant est déphasé (avance de $\pi/2$) par rapport à la tension à ses bornes



III - Courants électriques

10. Courants alternatifs

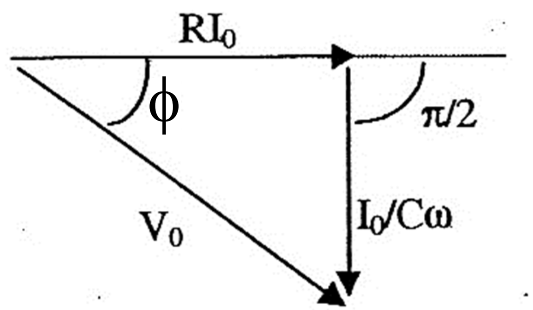
Alimentation d'une résistance R et d'un condensateur C en série



Courant déphasé de ϕ par rapport à la tension

$V(t) = V_0 \sin \omega t$ et $I(t) = I_0 \sin(\omega t + \phi)$

$V(t) = V_1 + V_2$



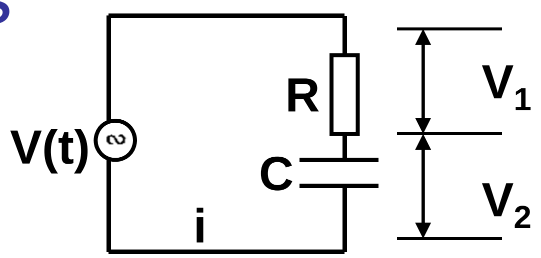
I_0 et ϕ en fonction de R et C à partir de la construction de Fresnel
(longueur vecteur = norme, angle vecteur par rapport à axe x= phase)

$$V_0 = \left((RI_O)^2 + \left(\frac{I_0}{C\omega}\right)^2\right)^{1/2} = \frac{I_0}{C\omega}\left(1 + (RC\omega)^2\right)^{1/2}$$

Remarque: la construction de Fresnel est une astuce permettant de sommer 2 sinusoïdes de même fréquence mais déphasées et ayant des amplitudes différentes.
La somme devient alors une somme graphique de vecteur.

III - Courants électriques

10. Courants alternatifs

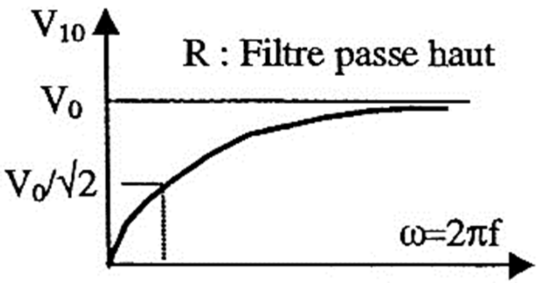


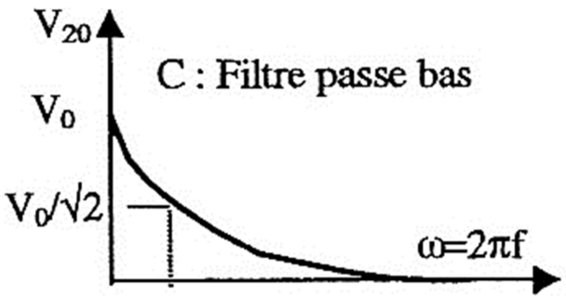
$V_1\,(t) = V_{1\,0} \sin(\omega t + \phi)$ $\qquad V_2\,(t) = V_{2\,0} \sin(\omega t + \phi - \pi/2)$

V_{10} et V_{20} sont les amplitudes de V_1 et V_2, respectivement.

$$V_{1\ 0} = RI_O = V_0 \frac{RC\omega}{\left(1 + (RC\omega)^2\right)^{1/2}} \quad \text{et} \quad V_{2\ 0} = \frac{I_0}{C\omega} = V_0 \frac{1}{\left(1 + (RC\omega)^2\right)^{1/2}}$$

Fréquence de coupure: définie par $V_{i\,0}/V_0 = 1/\sqrt{2}$





$R\,C\,\omega_{coupure} = 1$

$$f_{coupure} = \frac{1}{2\pi RC}$$

Rque: la fréquence de coupure correspond à un seuil au dessus (ou au dessous) duquel les amplitudes sont faibles. Dans ce cas, la notion de fréquence de coupure n'est pas évidente à voir sur ces courbes car les amplitudes ne chutent pas fortement au niveau du seuil.

III - Courants électriques

Résumé des notions importantes

- Définition du courant électrique, de la densité de courant, expression de la densité de courant en fonction des porteurs de charges et de leur vitesse, notion de mobilité des porteurs de charge, lien entre mobilité, vitesse et champ électrostatique, origine physique de la mobilité (chocs)
- Loi d'Ohm locale, définition conductivité et résistivité
- Loi d'Ohm, résistance, puissance dissipée par effet joule
- Densité de courant dans un électrolyte (expression)
- Notion de force électromotrice et contre-électromotrice, générateur et récepteur
- Lois d'association de résistance (série et parallèle)
- Charge et décharge d'un condensateur (principe, relation, entre I, Q, V,..)
- Différents circuits comprenant résistance et capacité alimentées par courant alternatif : savoir écrire la tension et l'intensité dans ces circuits (utilisation de la construction de Fresnel)

Exercices

1- Dans un synchrotron à électrons, les électrons ont une trajectoire circulaire de 240 m de circonférence, 10^{11} électrons parcourent ce cercle à chaque cycle. Quelle est l'intensité du courant sachant que les électrons circulent à une vitesse proche de la vitesse de la lumière?

2- Un fil de cuivre (A=63,5; ρ=9 g/cm^3; 1 électron libre par atome) de 1,2 mm de diamètre est parcouru par un courant de 5 A. Calculer la densité de courant et la vitesse de dérive des électrons.

3- Deux électrodes de 5 cm^2 de surface, distantes de 10cm, plongent dans une solution aqueuse de NaCl (29,25 g/L, supposés complètement dissociés). La mobilité des ions Na^+ est de 5 10^{-8} SI, celle des ions Cl^- de 7 10^{-8} SI. On applique entre les électrodes une tension continue de 5V. Calculer l'intensité du courant, la résistivité de la solution et les vitesses de déplacement des ions Na^+ et Cl^-.

www.medatice-grenoble.fr

Mentions légales

Ce document a été réalisé par la Cellule TICE de la Faculté de Médecine et de Pharmacie de Grenoble
(Université Joseph Fourier – Grenoble 1)