













UE4 : Biostatistiques

Chapitre 5

Tests paramétriques de comparaison de 2 moyennes

Exercices commentés José LABARERE

Année universitaire 2011/2012

Université Joseph Fourier de Grenoble - Tous droits réservés.

Exercice I

Une compagnie pharmaceutique veut savoir si le procédé de fabrication qu'elle utilise fournit effectivement des comprimés dosés à 5mg de principe actif d'un médicament.

La quantité de principe actif est mesurée pour 100 comprimés issus d'un lot de fabrication. Le dosage moyen de principe actif est de 4,85 mg (variance estimée, 0,50).

La quantité moyenne de principe actif mesurée dans les comprimés de ce lot s'écarte-t-elle significativement du dosage prévu par le processus de fabrication ?

Questions

- 1. De quel type de problème s'agit-il?
- 2. Formulez explicitement les hypothèses du test statistique
- 3. Quel test statistique utilisez vous ?
- 4. Quelles sont les conditions de validité de ce test ?
- 5. Appliquez le test statistique.
- 6. Que concluez-vous?

1. De quel type de problème s'agit-il?

Comparaison:

- d'une moyenne observée sur un échantillon (100 comprimés) issu d'une population (lot de fabrication).
- à une valeur théorique (5mg).





2. Formulez explicitement les hypothèses du test statistique

Hypothèse nulle (H0) : $\mu = \mu_{H0}$

Le dosage en principe actif des comprimés du lot ne diffère pas du dosage prévu par le processus de fabrication (5mg)

Hypothèse alternative bilatérale (H1) : μ ≠ μ_{H0}

Le dosage en principe actif des comprimés du lot diffère du dosage prévu par le processus de fabrication (5mg)

Les hypothèses sont formulées à partir des paramètres de la population (µ) et non pas des paramètres estimés (m)

3. Quel test statistique utilisez vous ?

$$n = 100 (n \ge 30)$$
:

- -Test de l'écart réduit Z
- -Test t de Student

de comparaison d'une moyenne observée

à une valeur théorique

4. Quelles sont les conditions de validité de ce test ?

Test Z de l'écart réduit

- aucune

Test t de Student

- normalité de distribution de la variable

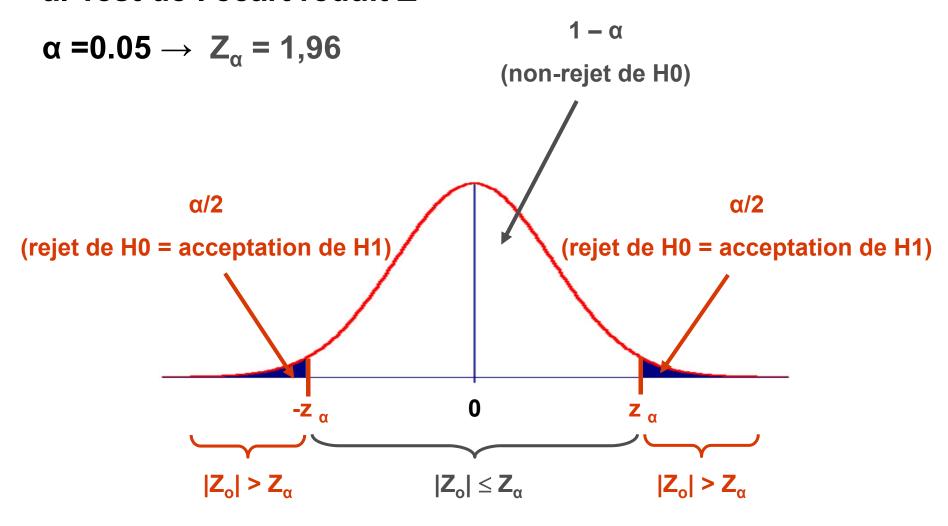
5. Appliquez le test statistique

a. Test de l'écart réduit Z

$$Z = \frac{m - \mu_{H0}}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} \rightarrow N(0,1)$$

$$Z_{o} = \frac{4,85-5}{\sqrt{\frac{0,50}{100}}} = -2,12$$

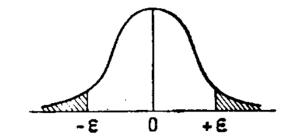
a. Test de l'écart réduit Z



$$Z_o = -2.12 \rightarrow |Z_o| > Z_\alpha$$
: rejet de H0

Table de l'écart réduit

La table donne la probabilité α pour que l'écart-réduit dépasse en valeur absolue une valeur donnée ϵ , c'est-à-dire la probabilité extérieure à l'intervalle [- ϵ , ϵ]. La probabilité α s'obtient par addition des nombres inscrits en marge



α	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	_									
0,0	8	2,576	2,326	2,170	2,054	1,960	1,881	1,812	1,751	1,695
0,1	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,2	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,058
0,3	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,4	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,5	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,6	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,7	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,8	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,9	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

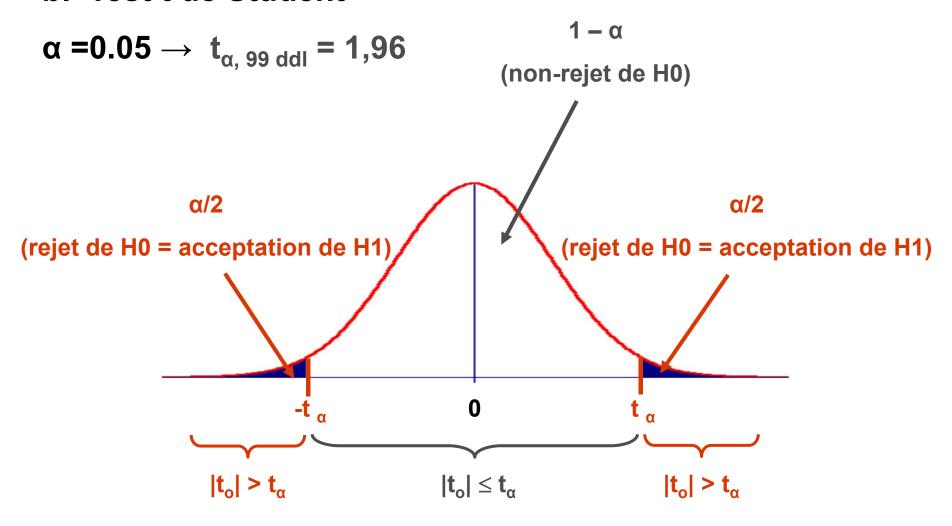
$$|Z_{o}| = 2,12 \rightarrow 0,03 < P < 0,04$$

a. Test de l'écart réduit Z

Conclusion

Le dosage moyen en principe actif (4,85mg, variance 0,50) des comprimés issus du lot de fabrication diffère significativement du dosage prévu par le processus de fabrication (5 mg) (P = 0,04)

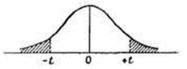
b. Test t de Student



$$t_o$$
 = -2,12 \rightarrow $|t_o|$ > t_α : rejet de H0

Table de t (*).

La table donne la probabilité α pour que t égale ou dépasse, en valeur absolue, une valeur donnée, en fonction du nombre de degrés de liberté (d.d.l.).



.d.l.	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	1,000	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,816	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,765	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,741	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,727	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,718	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,711	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,706	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,703	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,700	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
п	0,129	0,697	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,695	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,694	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,692	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,691	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,690	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,689	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,688	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,688	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,687	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,686	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,686	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,685	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,685	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,684	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,684	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,684	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,683	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,683	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,683	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
000	0,126	0,674	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

 $|to| = 2,12 \rightarrow 0,02 < P < 0,05$: Rejet de H0

Notez la convergence de la loi de Student vers la loi normale pour un nombre de ddl >30

b. Test t de Student

Conclusion

Le dosage moyen en principe actif (4,85mg, variance 0,50) des comprimés issus du lot de fabrication diffère significativement du dosage prévu par le processus de fabrication (5 mg) (P < 0,05)

Exercice II

Pour déterminer s'il existait un lien entre l'allaitement maternel à la naissance et la pression artérielle dans l'enfance, une étude a consisté à mesurer la pression artérielle systolique à l'âge de 7 ans chez des enfants dont on savait s'ils avaient été allaités ou non.

La pression artérielle systolique moyenne mesurée à 7 ans était de 98.5 mmHg (écart-type, 9.0) chez 5478 enfants qui avaient été allaités à la naissance et de 99.9 mmHg (écart-type, 9.6) chez 1125 enfants qui n'ont pas été allaités à la Naissance. La pression artérielles systolique est une variable de distribution normale.

La pression artérielle systolique mesurée à l'âge de 7 ans diffère-t-elle en fonction de l'allaitement maternel à la naissance ?

Adapté de Martin RM et al. Circulation 2004;109:1259-66

Pour cette étude, il faut utiliser un test :

- A de comparaison de 2 moyennes observées sur 2 échantillons appariés
- B de comparaison d'une moyenne observée sur un échantillon à une moyenne théorique
- C d'association de 2 variables quantitatives continues
- D de comparaison de 2 moyennes observées sur 2 échantillons indépendants
- E les propositions A, B, C, D sont fausses.

L'hypothèse nulle (H0) du test peut s'écrire :

A La pression artérielle systolique moyenne mesurée à la naissance ne diffère pas de la pression artérielle systolique moyenne mesurée à 7 ans

B Il n'existe pas d'association entre l'allaitement à la naissance et la pression artérielle systolique moyenne mesurée à l'âge de 7 ans

C La pression artérielle systolique moyenne mesurée à l'âge de 7 ans diffère entre les enfants allaités et les enfants non-allaités à la naissance

D L'allaitement à la naissance augmente la pression artérielle systolique moyenne mesurée à 7 ans

E les propositions A, B, C, D sont fausses.

QCM₃

Avant d'utiliser un test t de Student, les auteurs ont dû vérifier que :

- A l'allaitement à la naissance a une distribution normale
- B la variance de la pression artérielle systolique est comparable dans un rapport de 1 à 3 entre les enfants allaités et les enfants non-allaités à la naissance
- C les observations sont indépendantes
- D l'effectif est supérieur à 30 dans chaque groupe
- E les propositions A, B, C, D sont fausses.

La valeur observée de t_o est égale à - 4.69. A l'aide de la table appropriée, déterminez le degré de signification (P value) du test :

- A 0.05
- B compris entre 0.10 et 0.20
- C 1.96
- D 6601
- E les propositions A, B, C, D sont fausses.

Il est possible de conclure :

- A qu'une des conditions de validité du test t de Student n'est pas vérifiée
- B qu'il existe une association statistiquement significative entre l'allaitement à la naissance et la pression artérielle systolique moyenne mesurée à l'âge de 7 ans (P < 0.001)
- qu'on ne met pas en évidence de différence statistiquement significative de la pression artérielle systolique moyenne mesurée à 7 ans entre les enfants allaités (98.5 mmHg, écart-type, 9.0) et les enfants non-allaités (99.9 mmHg écart-type, 9.6) à la naissance (0.10<*P* <0.20)
- D L'allaitement à la naissance réduit significativement la pression artérielle systolique moyenne mesurée à 7 ans (*P* < 0.001)
- E les propositions A, B, C, D sont fausses.

Pour cette étude, il faut utiliser un test :

- A de comparaison de 2 moyennes observées sur 2 échantillons appariés
- B de comparaison d'une moyenne observée sur un échantillon à une moyenne théorique
- C d'association de 2 variables quantitatives continues
- D de comparaison de 2 moyennes observées sur 2 échantillons indépendants
- E les propositions A, B, C, D sont fausses.

Correction: D

A de comparaison de 2 moyennes observées sur 2 échantillons appariés

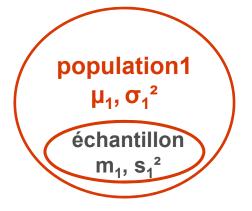
Faux (les 2 groupes ont des effectifs différents et ne sont pas constitués des mêmes enfants)

B de comparaison d'une moyenne observée sur un échantillon à une moyenne théorique

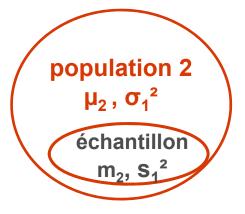
- Faux (cf D)

C d'association de 2 variables quantitatives continues
Faux : comparer 2 moyennes revient à tester l'association entre
une variable qualitative binaire (allaitement à la naissance) et une
variable quantitative continue (pression artérielle systolique moyenne
à 7 ans)

D de comparaison de 2 moyennes observées sur 2 échantillons indépendants Vrai



Enfants allaités à la naissance



Enfants non-allaités à la naissance

L'hypothèse nulle (H0) du test peut s'écrire :

- A La pression artérielle systolique moyenne mesurée à la naissance ne diffère pas de la pression artérielle systolique moyenne mesurée à 7 ans
- B Il n'existe pas d'association entre l'allaitement à la naissance et la pression artérielle systolique moyenne mesurée à l'âge de 7 ans
- C La pression artérielle systolique moyenne mesurée à l'âge de 7 ans diffère entre les enfants allaités et les enfants non-allaités à la naissance
- D L'allaitement à la naissance augmente la pression artérielle systolique moyenne mesurée à 7 ans
- E les propositions A, B, C, D sont fausses.

Correction: B

L'hypothèse nulle (H0) du test peut s'écrire :

A La pression artérielle systolique moyenne mesurée à la naissance ne diffère pas de la pression artérielle systolique moyenne mesurée à 7 ans

- Faux : $\mu_{PASnaissance} = \mu_{PAS7ans}$ cette hypothèse n'est pas en rapport avec la
- question posée par l'étude

B Il n'existe pas d'association entre l'allaitement à la naissance et la pression artérielle systolique moyenne mesurée à l'âge de 7 ans

Vrai

C La pression artérielle systolique moyenne mesurée à l'âge de 7 ans diffère entre les enfants allaités et les enfants non-allaités à la naissance

- Faux : μ_{PASallaité} ≠ μ_{PASnon-allaité}
- Il s'agit de l'hypothèse alternative bilatérale H1

L'hypothèse nulle (H0) du test peut s'écrire :

D L'allaitement à la naissance augmente la pression artérielle systolique moyenne mesurée à 7 ans

Faux : cette formulation 1. ne correspond pas à l'absence de différence entre les 2 groupes et 2. revêt un caractère causal (« augmente »)

Une autre formulation possible de H0 était :

La pression artérielle systolique moyenne mesurée à l'âge de 7 ans ne diffère pas entre les enfants allaités et les enfants non-allaités à la naissance

NB : les hypothèses sont formulées sur les paramètres des populations (μ) : il n'y a pas lieu dans les hypothèses de préciser « ne diffère pas de manière statistiquement significative » (cette expression renvoie aux fluctuations d'échantillonnage qui ne concernent pas les populations)

Avant d'utiliser un test t de Student, les auteurs ont dû vérifier que :

- A l'allaitement à la naissance a une distribution normale
- B la variance de la pression artérielle systolique est comparable dans un rapport de 1 à 3 entre les enfants allaités et les enfants non-allaités à la naissance
- C les observations sont indépendantes
- D l'effectif est supérieur à 30 dans chaque groupe
- E les propositions A, B, C, D sont fausses.

Correction: BC

QCM₃

Avant d'utiliser un test t de Student, les auteurs ont dû vérifier que :

A l'allaitement à la naissance a une distribution normale Faux : l'allaitement à la naissance est une variable qualitative binaire. Il faut vérifier la normalité de distribution de la pression artérielle systolique (qui est mentionnée dans l'énoncé)

B la variance de la pression artérielle systolique est comparable dans un rapport de 1 à 3 entre les enfants allaités et les enfants non-allaités à la naissance

Vrai (NB : l'énoncé comporte les écart-types et non pas les variances)

Avant d'utiliser un test t de Student, les auteurs ont dû vérifier que :

C les observations sont indépendantes

Vrai : condition de validité pour tous les tests vus en L1

D l'effectif est supérieur à 30 dans chaque groupe Faux : le test t de Student est applicable quel que soit l'effectif des échantillons.

La valeur observée de t_o est égale à - 4.69. A l'aide de la table appropriée, déterminez le degré de signification (P value) du test :

- A 0.05
- B compris entre 0.10 et 0.20
- C 1.96
- D 6601
- E les propositions A, B, C, D sont fausses.

Correction: E

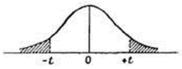
La valeur observée de t_o est égale à - 4.69. A l'aide de la table appropriée, déterminez le degré de signification (P value) du test :

- A 0.05 Faux : il s'agit du risque α
- B compris entre 0.10 et 0.20 Faux : cf table de Student
- C 1.96 Faux : il s'agit de t_{α} pour $\alpha = 0.05$
- D 6601 Faux : il s'agit du nombre de ddl = (5478 + 1125 2)
- E les propositions A, B, C, D sont fausses Vrai

$$|t_{o}| = 4.69 \rightarrow P < 0.001$$

Table de t (*).

La table donne la probabilité α pour que t égale ou dépasse, en valeur absolue, une valeur donnée, en fonction du nombre de degrés de liberté (d.d.l.).



d.d.l.	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	1,000	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,816	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,765	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,741	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,727	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,718	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,711	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,706	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,703	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,700	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,697	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,695	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,694	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,692	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,691	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,690	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,689	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,688	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,688	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,687	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,686	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,686	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,685	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,685	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,684	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,684	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,684	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,683	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,683	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,683	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
(CO)	0,126	0,674	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

(5478 + 1125 - 2) ddl

Il est possible de conclure :

A qu'une des conditions de validité du test t de Student n'est pas vérifiée

B qu'il existe une association statistiquement significative entre l'allaitement à la naissance et la pression artérielle systolique moyenne mesurée à l'âge de 7 ans (P < 0.001)

qu'on ne met pas en évidence de différence statistiquement significative de la pression artérielle systolique moyenne mesurée à 7 ans entre les enfants allaités (98.5 mmHg, écart-type, 9.0) et les enfants non-allaités (99.9 mmHg écart-type, 9.6) à la naissance (0.10<*P* <0.20)

D L'allaitement à la naissance réduit significativement la pression artérielle systolique moyenne mesurée à 7 ans (*P* < 0.001) E les propositions A, B, C, D sont fausses.

Correction: B

Il est possible de conclure :

A qu'une des conditions de validité du test t de Student n'est pas vérifiée

Faux (cf énoncé : la PAS a une distribution normale dans les 2 groupes. Rien dans l'énoncé ne suggère que l'indépendance des observations n'est pas vérifiée).

B qu'il existe une association statistiquement significative entre l'allaitement à la naissance et la pression artérielle systolique moyenne mesurée à l'âge de 7 ans (P < 0.001)

Vrai

Il est possible de conclure :

C qu'on ne met pas en évidence de différence statistiquement significative de la pression artérielle systolique moyenne mesurée à 7 ans entre les enfants allaités (98.5 mmHg, écart-type, 9.0) et les enfants non-allaités (99.9 mmHg écart-type, 9.6) à la naissance (0.10<*P* <0.20)

Faux: P<0.001

D L'allaitement à la naissance réduit significativement la pression artérielle systolique moyenne mesurée à 7 ans (*P* < 0.001)

Faux : cette formulation revêt un caractère causal (il faut préférer une formulation du type : l'allaitement à la naissance était associé à une pression artérielle systolique moyenne significativement diminuée)

Une autre formulation possible de la conclusion était :

La pression artérielle systolique moyenne mesurée à 7 ans différait significativement entre les enfants allaités (98.5 mmHg, écart-type, 9.0) et les enfants non-allaités (99.9 mmHg écart-type, 9.6) à la naissance (P < 0.001).

Exercice III

Les fumeurs ont un risque accru d'événements thrombotiques artériels (formation anormale de caillots), à l'origine notamment l'infarctus du myocarde. Les plaquettes sont des cellules sanguines périphériques qui sont impliquées dans la formation de ces caillots en s'agrégeant.

Une étude a été conduite chez 11 sujets volontaires sains pour comparer l'agrégation des plaquettes avant et après qu'ils aient fumé une cigarette.

A partir des données fournies dans le tableau suivant, déterminez si l'agrégation plaquettaire est modifiée après avoir fumé une cigarette ? On suppose les conditions de validité du test vérifiées.

Agrégation plaquettaire

	avant	après
	25	27
	25	29
	27	37
	29	45
	30	42
	45	60
	51	55
	51	78
	57	66
	61	60
	68	83
moyenne	42,6	52,9
écart-type	16	18,7

Questions

- 1. De quel type de problème s'agit-il?
- 2. Formulez explicitement les hypothèses du test statistique
- 3. Quel test statistique utilisez vous ?
- 4. Quelles sont les conditions de validité de ce test ?
- 5. Appliquez le test statistique.
- 6. Que concluez-vous?

1. De quel type de problème s'agit-il?

Comparaison de 2 moyennes observées sur échantillons appariés

NB:

2 mesures de l'agrégation plaquettaire sont effectuées chez chaque sujet : 1 avant et 1 après l'inhalation d'une cigarette. Les 2 mesures ne sont donc pas indépendantes et il faut prendre en compte cette dépendance dans l'analyse.

Les 2 groupes (avant / après) ont un effectif identique.

L'utilisation d'un test de comparaison de 2 moyennes pour échantillons indépendants conduirait à une diminution de la puissance de l'étude.

2. Formulez explicitement les hypothèses du test statistique

Hypothèse nulle (H0) :
$$\mu_d = 0$$
 ($\mu_{avant} = \mu_{après}$)

L'agrégation plaquettaire moyenne ne diffère pas avant et après l'inhalation d'une cigarette

Hypothèse alternative (H1) : $\mu_d \neq 0$ ($\mu_{avant} \neq \mu_{après}$)

L'agrégation plaquettaire moyenne diffère avant et après l'inhalation d'une cigarette

3. Quel test statistique utilisez vous ?

Test t de Student pour la comparaison de 2 moyennes observées sur échantillons appariés.

Justifications:

L'effectif de paires d'observation est égal à 11 (n < 30) L'énoncé précise que les conditions de validité du test sont vérifiées

4. Quelles sont les conditions de validité de ce test ?

Normalité de distribution des différences individuelles (après – avant)

Indépendance des paires/différences individuelles (la différence [après – avant] d'un individu est indépendante de la différence [après – avant] d'un autre individu)

$$var(m_1 - m_2) = var(m_1) + var(m_2) - 2 cov(m_1, m_2)$$

cov (m1, m2) ne peut être déterminée directement car on ne dispose que d'une mesure de m_1 et de m_2

	avant	après	différence
	25	27	2
	25	29	4
	27	37	10
	29	45	16
	30	42	12
	45	60	15
	51	55	4
	51	78	27
	57	66	9
	61	60	-1
	68	83	15
moyenne	42,6	52,9	10,3
écart-type	16	18,7	8

$$t = \frac{m_d}{\sqrt{\frac{s_d^2}{n}}}$$

$$m_d = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} = \frac{(2+4+...-1+15)}{11} = 10.3$$

2 façon de calculer m_d:

$$m_d = (m_{après} - m_{avant}) = 52.9 - 42.6 = 10.3$$

	avant	après	différence
	25	27	2
	25	29	4
	27	37	10
	29	45	16
	30	42	12
	45	60	15
	51	55	4
	51	78	27
	57	66	9
	61	60	-1
	68	83	15
moyenne	42,6	52,9	10,3
écart-type	16	18,7	8

$$t = \frac{m_d}{\sqrt{\frac{S_d^2}{n}}}$$

1 seule façon de calculer s_d²:

$$s_d^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (d_i - m_d)^2}{(n-1)} = \frac{(2-10.3)^2 + ... + (15-10.3)^2}{10} = 64$$

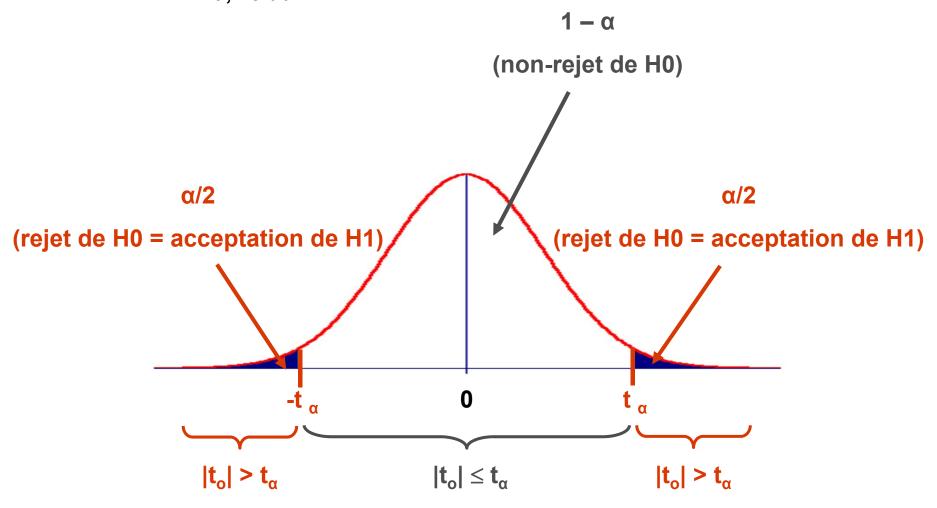
	avant	après	différence
	25	27	2
	25	29	4
	27	37	10
	29	45	16
	30	42	12
	45	60	15
	51	55	4
	51	78	27
	57	66	9
	61	60	-1
	68	83	15
moyenne	42,6	52,9	10,3
écart-type	16	18,7	8

$$t = \frac{m_d}{\sqrt{\frac{s_d^2}{n}}}$$

$$t_o = \frac{10.3}{\sqrt{\frac{64}{11}}} = 4.27$$

6. Que concluez-vous?

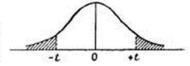
$$\alpha$$
 =0.05 \rightarrow $t_{\alpha, 10 \text{ ddl}}$ = 2,228



$$t_o = 4.27 \rightarrow |t_o| > t_a$$
: rejet de H0

Table de t (*).

La table donne la probabilité α pour que t égale ou dépasse, en valeur absolue, une valeur donnée, en fonction du nombre de degrés de liberté (d.d.l.).



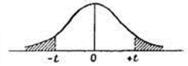
d.d.l.	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	1,000	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,816	1,386	1,886	2,920	4,3 03	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,765	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,741	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,727	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,718	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,711	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,706	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
0	0,129	0,703	1,100	1,383	1,833	2,1 62	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,700	1,093	1,3/2	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,697	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,695	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,694	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,692	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,691	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,690	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,689	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,688	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,688	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,687	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,686	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,686	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,685	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,685	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,684	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,684	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,684	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,683	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,683	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,683	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	0.0000000000000000000000000000000000000	3,646
00	0,126	0,674	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

Rappel : détermination de t_{α}

(n-1) ddl = 10 ddl

Table de t (*).

La table donne la probabilité α pour que t égale ou dépasse, en valeur absolue, une valeur donnée, en fonction du nombre de degrés de liberté (d.d.l.).



d.d.l.	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	1,000	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	36,619
2	0,142	0,816	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,765	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,741	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,727	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,718	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,711	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,706	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
0	0,129	0,703	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,700	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,697	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,695	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,694	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,692	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,691	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,690	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,689	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,688	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,688	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,687	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,686	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,686	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,685	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,685	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,684	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,684	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,684	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,683	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,683	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,683	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
00	0,126	0,674	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

Rappel : détermination du degré de signification (*P*-value)

$$(n-1) ddl = 10 ddl$$

$$|t_{o}| = 4,27 \rightarrow 0,001 < P < 0,01$$
 : Rejet de H0

6. Que concluez-vous?

L'agrégation plaquettaire moyenne diffère significativement entre 2 mesures effectuées avant (42,6, écart-type 16,0) et après (52,9, écart-type 18,7) l'inhalation d'une cigarette chez des sujets volontaires sains (*P* < 0,01).

Exercice IV

Une étude a été conduite chez 81 patients dont le dosage sanguin du cholestérol total était supérieur à 2 g/L. Après un an de traitement hypocholestérolémiant, un second dosage a été réalisé. Les résultats sont les suivants :

Cholestérol total (g/L)	moyenne	écart-type de la moyenne*
Avant traitement (n = 81)	2.27	0.13
Après 1 an de traitement (n = 81)	2.12	0.15
Différence (n = 81)	0.15	0.06

^{*} écart-type de la moyenne = s / \sqrt{n}

L'hypothèse alternative bilatérale (H1) du test peut s'écrire :

- A Le dosage moyen du cholestérol total avant traitement ne diffère pas du dosage moyen du cholestérol total après traitement.
- B La différence moyenne entre le dosage du cholestérol total avant et après traitement est nulle.
- C Le traitement hypocholestérolémiant est efficace.
- D Le dosage moyen du cholestérol total avant traitement est différent de 0.
- E les propositions A, B, C, D sont fausses.

Dans cette étude :

- A Les 2 dosages sanguins du cholestérol total (avant et après traitement) sont indépendants chez un sujet donné
- B Le dosage du cholestérol total est une variable quantitative continue
- C Le test Z de l'écart réduit pour la comparaison de 2 moyennes observées sur 2 échantillons appariés est approprié
- D L'effectif de patients est différent entre les 2 groupes
- E les propositions A, B, C, D sont fausses.

Les auteurs ont utilisé un test Z de l'écart réduit. La valeur observée Z_o est égale à :

- A 0.05
- B 2.5
- C 1.96
- D 81
- E les propositions A, B, C, D sont fausses.

Le degré de signification correspondant au test Z de l'écart réduit est compris entre 0.01 et 0.02 :

- A on conclut qu'on ne met pas en évidence de différence significative entre le dosage sanguin du cholestérol total avant et après traitement.
- B on conclut que le traitement hypocholestérolémiant est efficace.
- C il faut vérifier que le dosage sanguin du cholestérol total suit une loi normale, avant toute conclusion.
- D L'écart moyen entre le dosage sanguin du cholestérol total avant et après traitement est significativement différent de 0
- E les propositions A, B, C, D sont fausses.

QCM₆

L'hypothèse alternative bilatérale (H1) du test peut s'écrire :

A Le dosage moyen du cholestérol total avant traitement ne diffère pas du dosage moyen du cholestérol total après traitement.

B La différence moyenne entre le dosage du cholestérol total avant et après traitement est nulle.

C Le traitement hypocholestérolémiant est efficace.

D Le dosage moyen du cholestérol total avant traitement est différent de 0.

E les propositions A, B, C, D sont fausses.

Correction: E

L'hypothèse alternative bilatérale (H1) du test peut s'écrire :

A Le dosage moyen du cholestérol total avant traitement ne diffère pas du dosage moyen du cholestérol total après traitement.

Faux : $\mu_{avant} = \mu_{après}$, il s'agit de l'hypothèse nulle H0

- B La différence moyenne entre le dosage du cholestérol total avant et après traitement est nulle. Faux : $\mu_{(avant-après)}$ = 0, il s'agit de l'hypothèse nulle H0
- C Le traitement hypocholestérolémiant est efficace. Faux : cette formulation revêt une connotation causale
- D Le dosage moyen du cholestérol total avant traitement est différent de 0. Faux : $\mu_{avant} \neq 0$ cette formulation n'est pas en rapport avec l'hypothèse de l'étude

Dans cette étude :

- A Les 2 dosages sanguins du cholestérol total (avant et après traitement) sont indépendants chez un sujet donné
- B Le dosage du cholestérol total est une variable quantitative continue
- C Le test Z de l'écart réduit pour la comparaison de 2 moyennes observées sur 2 échantillons appariés est approprié
- D L'effectif de patients est différent entre les 2 groupes
- E les propositions A, B, C, D sont fausses.

Correction : BC

Dans cette étude :

A Les 2 dosages sanguins du cholestérol total (avant et après traitement) sont indépendants chez un sujet donné Faux : les 2 mesures sont effectuées chez le même sujet, elles ne sont donc pas indépendantes

B Le dosage du cholestérol total est une variable quantitative continue Vrai

C Le test Z de l'écart réduit pour la comparaison de 2 moyennes observées sur 2 échantillons appariés est approprié Vrai

D L'effectif de patients est différent entre les 2 groupes Faux : n = 81 pour les 2 groupes (cf tableau).

Les auteurs ont utilisé un test Z de l'écart réduit. La valeur observée Z_o est égale à :

A 0.05

B 2.5

C 1.96

D 81

E les propositions A, B, C, D sont fausses.

Correction: B

Les auteurs ont utilisé un test Z de l'écart réduit. La valeur observée Z_o est égale à :

- A 0.05 Faux : il s'agit du risque α
- **B** 2.5 Vrai $Z_{o} = \frac{m_{d}}{\sqrt{\frac{s_{d}^{2}}{n}}} = \frac{0.15}{0.06} = 2.5$
- C 1.96 Faux : il s'agit de Z_{α} pour $\alpha = 0.05$
- D 81 Faux : il s'agit de l'effectif de l'échantillon

Le degré de signification (P-value) correspondant au test Z de l'écart réduit est compris entre 0.01 et 0.02 :

- A on conclut qu'on ne met pas en évidence de différence significative entre le dosage sanguin du cholestérol total avant et après traitement.
- B on conclut que le traitement hypocholestérolémiant est efficace.
- C il faut vérifier que le dosage sanguin du cholestérol total suit une loi normale, avant toute conclusion.
- D L'écart moyen entre le dosage sanguin du cholestérol total avant et après traitement est significativement différent de 0
- E les propositions A, B, C, D sont fausses.

Correction: D

Le degré de signification (P-value) correspondant au test Z de l'écart réduit est compris entre 0.01 et 0.02 :

- A on conclut qu'on ne met pas en évidence de différence significative entre le dosage sanguin du cholestérol total avant et après traitement. Faux : P < 0.05
- B on conclut que le traitement hypocholestérolémiant est efficace.

Faux : cette formulation revêt une connotation causale

C il faut vérifier que le dosage sanguin du cholestérol total suit une loi normale, avant toute conclusion. Faux : ce n'est pas une condition de validité du test Z

Le degré de signification (P-value) correspondant au test Z de l'écart réduit est compris entre 0.01 et 0.02 :

D L'écart moyen entre le dosage sanguin du cholestérol total avant et après traitement est significativement différent de 0

Vrai : *P* < 0.05











www.medatice-grenoble.fr

Mentions légales

L'ensemble de cette œuvre relève des législations française et internationale sur le droit d'auteur et la propriété intellectuelle, littéraire et artistique ou toute autre loi applicable.

Tous les droits de reproduction, adaptation, transformation, transcription ou traduction de tout ou partie sont réservés pour les textes ainsi que pour l'ensemble des documents iconographiques, photographiques, vidéos et sonores.

Cette œuvre est interdite à la vente ou à la location. Sa diffusion, duplication, mise à disposition du public (sous quelque forme ou support que ce soit), mise en réseau, partielles ou totales, sont strictement réservées à l'université Joseph Fourier (UJF) Grenoble 1 et ses affiliés.

L'utilisation de ce document est strictement réservée à l'usage privé des étudiants inscrits à l'Université Joseph Fourier (UJF) Grenoble 1, et non destinée à une utilisation collective, gratuite ou payante.